

Н.И. Кошкин

М.Г. Ширкевич

СПРАВОЧНИК
ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ
ФИЗИКЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
НАУКА

N. I. Koshkin

M. G. Shirkévich

MANUAL
de física
elemental



MIR · MOSCU

Impreso en la URSS

Traducido por
T. S. TUNEIANTS

На испанском языке

© Traducción al español. Mir. 1975.

INDICE

Introducción	13
Capítulo I	
MECÁNICA	
<i>A. Cinemática</i>	
Principales conceptos y leyes	16
1. Movimiento rectilíneo	16
2. Movimiento giratorio	18
3. Movimiento de los cuerpos en el campo gravitatorio terrestre ...	21
Tablas	23
Tabla 1. Aceleraciones (valores aproximados)	24
Tabla 2. Parámetros cinemáticos de planetas	24
Tabla 3. Relación entre la velocidad de escape v y la altura H sobre la superficie de la Tierra	24
Tabla 4. Período orbital T del satélite de la Tierra a diferentes alturas H	24
<i>B. Dinámica</i>	
Principales conceptos y leyes	25
1. Leyes de dinámica	25
2. Dinámica del movimiento de rotación	27
3. Ley de la gravitación universal	29
4. Fuerzas de rozamiento	31
5. Densidad de sustancia	32
6. Trabajo, potencia, energía	33
Tablas y gráficas	36
Tabla 5. Densidad de los sólidos (a 20° C)	36
Tabla 6. Densidad de los líquidos (a 20° C)	37
Tabla 7. Densidad de los metales en estado líquido	38
Tabla 8. Densidad de agua y mercurio a diferentes temperaturas	38
Tabla 9. Densidad de gases y vapores	39
Tabla 10. Densidad volumétrica de los materiales	39
Tabla 11. Momentos de inercia de los cuerpos homogéneos	40
Tabla 12. Coeficientes de rozamiento por deslizamiento para diferentes materiales	40

Tabla 13. Intensidad del campo gravitatorio de la Tierra (aceleración de la caída libre) para diferentes latitudes al nivel del mar	41
Tabla 14. Características dinámicas del sistema Solar	42
C. Estática de un cuerpo sólido	
Principales conceptos y leyes	42
Tablas y gráficas	46
Tabla 15. Centros de gravedad de los cuerpos homogéneos	46
Posición del centro de gravedad de algunos cuerpos con forma geométrica correcta	46

D. Elementos de la teoría de elasticidad	
Principales conceptos y leyes	47
Tablas y gráficas	49
Tabla 16. Límites de resistencia de algunos materiales	49
Tabla 17. Módulos de elasticidad y coeficientes de Poisson	50
Tabla 18. Compresibilidad de los líquidos a diferentes temperaturas	51
Relación entre el límite de resistencia y la temperatura	52

E. Mecánica de líquidos y gases	
Principales conceptos y leyes	53
1. Estática	53
2. Dinámica	54
Tablas	56
Tabla 19. Viscosidad de los líquidos (a 18° C)	56
Tabla 20. Viscosidad de gases (a 0° C)	56
Tabla 21. Viscosidad de gases siendo altas las presiones	56
Tabla 22. Viscosidad del agua a distintas temperaturas	57
Tabla 23. Viscosidad de los líquidos a distintas temperaturas	57
Tabla 24. Viscosidad del aire en distintas condiciones	57
Tabla 25. Viscosidad de los metales en el estado líquido	58

Capítulo II

CALOR Y FÍSICA MOLECULAR

Principales conceptos y leyes	59
1. Fundamentos de termodinámica. Capacidad calorífica	60
2. Transformaciones de fase	61
3. Dilatación térmica de los cuerpos sólidos y líquidos	64
4. Fenómenos de transferencia	65
5. Tensión superficial de los líquidos	66
6. Leyes de gases	67
7. Fundamentos de la teoría cinética de los gases	70
Tablas y gráficas	74
Tabla 26. Capacidades caloríficas específicas c_p , calor de fusión λ , calor de evaporación r , temperaturas de fusión T_m y de ebullición T_{eb} de algunas sustancias	74
Tabla 27. Variación relativa del volumen de la sustancia durante la fusión	75
Tabla 28. Temperatura de fusión de los materiales refractarios	76
Calor específico del agua a diferentes temperaturas	76
Tabla 29. Capacidad calorífica específica de los sólidos a temperaturas bajas	76

Tabla 30. Capacidad calorífica específica del alcohol etílico en el estado líquido a distintas temperaturas y presiones	77
Tabla 31. Capacidad calorífica específica de gases siendo la presión igual a 1 atm	77
Tabla 32. Calor específico de evaporación	77
Temperatura de ebullición del agua en función de la presión atmosférica	78
Tabla 33. Calor específico de evaporación a diferentes temperaturas	78
Tabla 34. Calor específico de evaporación del ácido carbónico a diferentes temperaturas	79
Tabla 35. Temperatura de fusión T_m en el punto triple, calor de fusión λ , temperatura de ebullición T_{eb} a presión normal y calor de evaporación r de gases líquidos	79
Tabla 36. Densidad, temperatura de solidificación y temperatura de ebullición de la solución acuosa de sal común en el caso de diferentes concentraciones y la presión normal	80
Tabla 37. Temperaturas de ebullición máximas de las soluciones acuosas de sales a presión normal	80
Tabla 38. Propiedades de aguas pesada y ligera	81
Tabla 39. Parámetros críticos	81
Tabla 40. Temperatura y presión para puntos triples de algunas sustancias	82
Tabla 41. Propiedades del vapor de agua saturado	82
Tabla 42. Coeficiente de dilatación cúbica de los líquidos	83
Tabla 43. Coeficiente de dilatación lineal de los sólidos	83
Tabla 44. Coeficiente de dilatación lineal a diferentes temperaturas	84
Tabla 45. Tensión superficial de los líquidos	84
Tabla 46. Tensión superficial del agua y alcohol etílico a diferentes temperaturas	84
Tabla 47. Tensión superficial de los metales en estado líquido	85
Tabla 48. Coeficiente de la conductibilidad térmica de materiales	85
Tabla 49. Coeficiente de conductibilidad térmica de asbesto a diferentes temperaturas	87
Tabla 50. Coeficiente de conductibilidad térmica del hormigón celular a diferentes temperaturas	87
Tabla 51. Coeficiente de conductibilidad térmica de los líquidos para distintas temperaturas	87
Tabla 52. Coeficiente de conductibilidad térmica de los gases a la presión normal	88
Tabla 53. Coeficientes térmicos de la presión de gases	88
Tabla 54. Atmósfera normalizada	88
Tabla 55. Coeficiente de difusión de los gases y vapores en el aire	89
Relación entre el coeficiente de difusión de gases y vapores en el aire y la temperatura	89
Tabla 56. Diámetros gaseométricos de las moléculas	89
Tabla 57. Coeficiente de difusión de las soluciones acuosas en agua pura	90
Tabla 58. Constantes de Van der Waals	91
Tabla 59. Calor específico de combustión	91
Tabla 60. Tabla psicrométrica de la humedad relativa del aire	92

Capítulo III

OSCILACIONES MECÁNICAS Y ONDAS

Principales conceptos y leyes	93
1. Oscilaciones armónicas	93
2. Péndulos	95
3. Oscilaciones libres y forzadas	96
4. Composición de oscilaciones armónicas	98
5. Ondas	99
6. Sonido	104

Tablas y gráficas	105
Tabla 61. Velocidad del sonido en puros líquidos y aceites	105
Tabla 62. Velocidad del sonido en los materiales sólidos	106
Tabla 63. Propiedades de la Tierra a diferentes profundidades H y velocidad de las ondas sísmicas	107
Tabla 64. Velocidad del sonido en gases	107
Dependencia entre la velocidad del sonido en el aire y nitrógeno, y la presión	108
Tabla 65. Escala de ondas mecánicas	108
Tabla 66. Intensidad del sonido y presión acústica	109
Velocidad de las ondas en la superficie del agua	109
Niveles de la intensidad del sonido en el caso de percepción al oído	110
Desplazamiento y aceleración de las partículas del agua al pasar las ondas acústicas de distinta intensidad	111
Tabla 67. Coeficiente de reflexión de las ondas acústicas en la superficie divisora de diferentes medios	112
Tabla 68. Coeficiente de absorción del sonido en el aire	112
Tabla 69. Capacidad de los materiales para absorber los sonidos	113
Tabla 70. Absorción del sonido en los líquidos	113
Tabla 71. Absorción de las ondas acústicas en el agua del mar ..	114

Capítulo IV

ELECTRICIDAD

A. Campo electroestático

Principales conceptos y leyes	115
Tablas y gráficas	123
Tabla 72. Campo eléctrico en la atmósfera de la Tierra	123
Tabla 73. Materiales dieléctricos (aislantes)	124
Tabla 74. Permittividad de líquidos puros	125
Tabla 75. Permittividad de los gases	125
Tabla 76. Módulos piezoelectricos de los cristales	125
Tabla 77. Propiedades de los cristales ferroelectricos	126
Dependencia entre la permittividad de una placa no fijada de sal de Seignette y la temperatura	126
Razón entre la permittividad del titanato de bario y de la sal de Seignette, y la intensidad del campo (a 20°C)	126

B. Corriente continua

Principales conceptos y leyes	127
1. Corriente en los metales	127
2. Corriente en electrolitos	132
3. Corriente en gases	134
4. Semiconductores	136
5. Termoelectricidad	138
Tablas y gráficas	139
Corrientes eléctricas en la atmósfera de la Tierra	139
Tabla 78. Resistividad y coeficiente de resistividad de temperatura de los metales (a la temperatura de 20°C)	139
Variación de la concentración de los electrones en la atmósfera a distinta altura	140
Tabla 79. Temperatura del paso de los metales y aleaciones al estado superconductor	140
Tabla 80. Aleaciones con gran resistencia química	141

Tabla 81. Corrientes admisibles en los cables aislados en el caso del trabajo prolongado, A	142
Tabla 82. Fusibles	142
Tabla 83. Resistividad de los electrolitos para diferentes concentraciones p' (a la temperatura de 18°C)	142
Relación entre la conductibilidad eléctrica y la concentración de las soluciones acuosas de algunos compuestos (a 18°C)	143
Tabla 84. Fuerza termoelectromotriz de algunos pares de metales, mV	144
Tabla 85. Fuerza termoelectrónica diferencial (α) respecto al platino (a 0°C)	144
Dependencia entre la fuerza termoelectromotriz diferencial y la temperatura para el par cobre - constantán	145
Tabla 86. Equivalente electroquímico	145
Tabla 87. Potenciales normales absolutos de los metales	145
Tabla 88. F.E.M. de los elementos galvánicos	146
Carga y descarga de los acumuladores	147
Tabla 89. Movilidad de los iones en las soluciones acuosas	148
Tabla 90. Movilidad de los electrones en los metales	148
Tabla 91. Movilidad de los iones en los gases	149
Tabla 92. Trabajo de ionización	150
Tabla 93. Constantes de emisión de los metales y semiconductores	150
Tabla 94. Constantes de emisión de las películas en los metales	150
Tabla 95. Constantes de emisión de los cátodos recubiertos de óxido	150
Tabla 96. Propiedades de los semiconductores	151
Razón entre la resistividad del germanio y del silicio, y la concentración de los átomos extrínsecos	152
Resistencia del germanio en función de la temperatura	152
Relación entre la tensión disruptiva para los electrodos metálicos planos y la presión del gas, así como la distancia entre los electrodos	152
Tabla 97. Espacios de chispa para el aire	153

C. Electromagnetismo

Principales conceptos y leyes	153
1. Inducción del campo magnético. Interacción de las corrientes. Momento magnético	153
2. Sistemas de unidades CGSM y SI	156
3. Intensidad de los campos magnéticos de las corrientes	157
4. Trabajo durante el desplazamiento del conductor con corriente en el campo magnético. Inducción electromagnética	161
5. Autoinducción	162
6. Propiedades magnéticas de una sustancia	162
Tablas y gráficas	165
Campo magnético de la Tierra	165
Tabla 98. Propiedades de aceros al silicio	165
Tabla 99. Propiedades de ferrolaciones a base de níquel	167
Tabla 100. Propiedades de los materiales magnéticos duros	167
Tabla 101. Propiedades de magnetodiélectricos	168
Tabla 102. Fundamentales propiedades de las ferritas	169
Tabla 103. Permeabilidad magnética de los materiales paramagnéticos y diamagnéticos	169
Tabla 104. Temperatura de Curie de los metales	169
Tabla 105. Susceptibilidad magnética e inducción, en función de la intensidad del campo magnético (en el caso de la imanización inicial)	170
Ciclo de histéresis para hierro dulce y acero templado	171
Magnetostroición para los materiales ferromagnéticos	171
Tabla 106. Inducción y pérdidas para la histéresis en los materiales ferromagnéticos y ferritas	172
Tabla 107. Valores del coeficiente k para calcular la inductancia	172

Principales conceptos y leyes	173
Tablas y gráficas	178
Resistencia para las corrientes continua y alterna	178
Variación de la inductancia, capacitancia y la resistencia aparente debida a la frecuencia en el circuito de resonancia en serie	176
Dependencia entre la corriente en el circuito de resonancia en serie y la frecuencia	176
Relación entre la resistencia Z y la frecuencia en el circuito de resonancia en paralelo	177
Tabla 108. Profundidad de penetración σ de las corrientes de alta frecuencia	178

E. Oscilaciones eléctricas y ondas electromagnéticas

Principales conceptos y leyes	178
1. Escala de ondas electromagnéticas	181
Tabla 109. Escala de las ondas electromagnéticas	182
2. Radiación de las ondas electromagnéticas	184

Capítulo V

OPTICA

Principales conceptos y leyes	185
1. Fotometría	185
2. Leyes fundamentales de la óptica geométrica	187
3. Lentes. Instrumentos ópticos	189
4. Propiedades ondulatorias de la luz	192
5. Propiedades cuánticas de la luz	199
6. Tipos de espectros	200
7. Radiación térmica	202
Tablas y gráficas	204
Tabla 110. Eficiencia luminosa relativa K_l de la visión fotópica	204
Gráfica de la eficiencia luminosa relativa con la visión fotópica y mesópica	204
Tabla 111. Brillo de las superficies iluminadas	205
Tabla 112. Brillo de las fuentes de la luz	205
Tabla 113. Iluminación en algunos casos típicos	205
Tabla 114. Factor de reflexión (ρ , %) para diferentes ángulos de incidencia sobre el vidrio y agua	206
Tabla 115. Reflexión de la luz durante el paso del vidrio al aire	206
Relación entre el factor de reflexión de la luz y el ángulo de incidencia en la superficie separadora aire — vidrio ($n = 1.52$)	206
Tabla 116. Longitudes de ondas en la parte visible del espectro	207
Tabla 117. Longitudes de ondas en la parte ultravioleta del espectro	207
Tabla 118. Reflexión de la luz por los metales	207
Tabla 119. Angulos límites de la reflexión total	208
Tabla 120. Longitudes de ondas de las líneas de Fraunhofer principales	208
Tabla 121. Índices de refracción para las longitudes de las ondas que corresponden a algunas líneas de Fraunhofer	208
Tabla 122. Índices de refracción de gases	209
Tabla 123. Índices de refracción de los cuerpos sólidos y líquidos	209
Tabla 124. Relación entre el índice de refracción y la longitud de la onda	210
Tabla 125. Reflexión difusa de los materiales en la luz blanca (en %)	211
Tabla 126. Constantes de Kerr y de Cotton — Mouton	211
Tabla 127. Constante de rotación específica $[\alpha]$ a la temperatura de 20° C	212

Tabla 128. Dispersión por rotación a 20° C	212
Tabla 129. Espectros de emisión de los metales y gases	213
Tabla 130. Eficiencia luminosa, rendimiento y brillo de las fuentes de la luz	215
Tabla 131. Trabajo de salida de los electrones y límite (umbra) de fotoefecto	215

Capítulo VI

ESTRUCTURA DEL ÁTOMO Y PARTÍCULAS ELEMENTALES

Principales conceptos y leyes	216
1. Unidades de carga, masa y energía en la física atómica	216
2. Modelo del átomo Rutherford — Bohr	217
3. Capas electrónicas en los átomos con dos y más electrones ..	218
4. Núcleo atómico	219
5. Transformaciones nucleares	221
6. Propiedades ondulatorias de las partículas	223
7. Interacción de las radiaciones nucleares con una sustancia ..	224
8. Unidades de medida de radiactividad y radiaciones ionizantes ..	225
9. Clasificación de las partículas elementales	226
10. Transformaciones de las partículas	227
Tablas y gráficas	228
Niveles de energía del átomo de hidrógeno	228
Tabla 132. Tabla periódica de los elementos	230
Tabla 133. Distribución de los electrones en el átomo por capas y niveles	232
Tabla 134. Líneas principales del espectro característico de rayos X de algunos elementos (serie K)	233
Tabla 135. Algunos isótopos radiactivos y sus características	233
Tabla 136. Algunos elementos obtenidos artificialmente	234
Tabla 137. Momentos de impulsos J y momentos magnéticos p de los núcleos	235
Tabla 138. Partículas elementales	236
Tabla 139. Fuentes de radiación y detectores de partículas elementales ..	237
Tabla 140. Secciones eficaces de los neutrones	238
Tabla 141. Factores de atenuación masicos de los rayos X	238
Tabla 142. Coeficientes de absorción masicos de los electrones en aluminio	239
Tabla 143. Dosis de irradiación máximas admisibles	239
Tabla 144. Carrera de partícula alfa en el aire, tejido biológico y aluminio	240
Componentes de atenuación completa de los rayos gamma en el plomo y aluminio	240
Energía de enlace de los núcleos	241
Ejemplos de reacciones nucleares	241
Síntesis de helio del hidrógeno	242
Reacciones de fusión de los núcleos	242

APÉNDICES

I. Algunos números que se encuentran más frecuentemente	243
II. Fórmulas para los cálculos aproximados	243
III. Elementos de la teoría de errores	244
IV. Prefijos para designar las unidades	245
V. Medidas de diferentes magnitudes	246
VI. Constantes físicas universales	247
VII. Sistema de unidades SI	247
VIII. Ecuaciones principales del electromagnetismo, inscritas en los sistemas de unidades SI y CGS (de Gauss)	250
Índice alfabético	252

Magnitudes vectoriales y escalares

En la Física todas las magnitudes se dividen en dos tipos: escalares y vectoriales. Las magnitudes para determinar las cuales es necesario saber sólo los valores numéricos se llaman *escalares*; las magnitudes para determinar las cuales es necesario saber no sólo su valor numérico sino también su dirección, se llaman *vectoriales*.

Los vectores se trazan en los dibujos en forma de unos segmentos que terminen en flecha; la longitud del tramo es igual (en escala determinada) al valor numérico (módulo) del vector, mientras

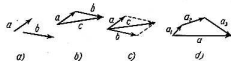


Fig. 1. Composición de los vectores (a, b, c), descomposición del vector en sus componentes (d).

la dirección del segmento terminado en flecha corresponde a la dirección del vector. Dos vectores son iguales si tienen módulos iguales y están orientados al mismo lado. La adición de los vectores está representada en la fig. 1. Por ejemplo, la adición, de dos vectores a y b (fig. 1, a) puede efectuarse de dos modos.

Primer modo (fig. 1, b): los vectores a y b se trasladan paralelamente a sí mismos de tal modo que el fin de un vector coincida con el principio del segundo; entonces el vector trazado desde el principio del primer vector hacia el fin del segundo (c en la fig. 1, b) es igual a la suma de estos vectores. Dicha suma se llama la *vectorial*.

Segundo modo: los vectores a y b se trasladan paralelamente a sí mismos de tal modo que sus principios coincidan (fig. 1, c);

entonces la suma de los vectores será igual a una diagonal del paralelogramo construido en esos vectores (en la fig. 1, *c* la suma de los vectores es igual a *c*). Por eso, de vez en cuando se dice que los vectores se suman según la regla de paralelogramo. Se puede descomponer cada vector *a* (fig. 1, *d*) en varios vectores $a_1, a_2, \dots$, los cuales sumando dan el vector *a*. La sustitución de un vector por la suma de otros vectores se llama descomposición del vector en las componentes. Por ejemplo, las componentes del vector *a* (en la fig. 1, *d*) son los vectores a_1, a_2, a_3 . Multiplicando el vector por la magnitud escalar positiva se obtiene un vector con la misma dirección, pero con otro módulo; multiplicando el vector por la magnitud escalar negativa su dirección se cambia en la opuesta.

Sistemas de unidades

Medir cualquiera magnitud física significa compararla con otra magnitud que se toma por la unidad de medición. La magnitud a medir y la unidad de medición tienen que ser semejantes, es decir, deben ser tales magnitudes que determinan las mismas propiedades de los cuerpos, pero se diferencian en valor numérico.

La unidad de medición es el valor de una magnitud física que se toma por la medida al comparar las magnitudes semejantes. Las unidades de medición se dividen en dos tipos: *unidades fundamentales* y *unidades derivadas*. La dimensión de la unidad fundamental se escoge independientemente de las dimensiones de otras magnitudes; la dimensión de la unidad derivada se determina por la relación física existente entre esta magnitud y las otras. El conjunto de las unidades fundamentales y derivadas enlazadas entre sí por relaciones determinadas se llama el *sistema de unidades de medición*.

En la Física se utilizan, principalmente, dos sistemas: el Sistema Internacional de unidades (SI) y el CGS (absoluto físico). El SI, conforme con la GOST 9867-61, se recomienda como preferible.

Las unidades principales en el SI son: el metro (m), unidad de longitud; el kilogramo (kg), unidad de masa; el segundo (s), unidad de tiempo; el amperio (A), intensidad de la corriente eléctrica; el grado Kelvin (°K), unidad para medir magnitudes térmicas; la candela (cd), unidad para medir la intensidad de la luz.

El metro es longitud igual a 1 650 763,73 longitudes de ondas, en el vacío, radiadas por el criptón 86 y correspondientes al color anaranjado (es decir, la transición entre los niveles $5d$, y $2p$, véase la pág. 232).

El kilogramo es la masa del prototipo internacional del patrón.

El segundo es la fracción $1/31\,556\,925,974\,7$ del año trópico condicional (para el tiempo uniformemente corriente). Según el nuevo proyecto de GOST el segundo es igual a $9\,192\,631\,770$ periodos

de radiación de átomos de cesio 133 para la línea espectral de la estructura superfina (longitud de la onda es 3,26 cm). La determinación de otras magnitudes fundamentales se da en el texto: *amperio*, pág. 156, grado Kelvin, pág. 59, *candela* (según el nuevo proyecto (cd)), pág. 186.

En el sistema CGS las unidades fundamentales son el *centímetro* (cm) (la centésima parte del metro); el *gramo* (g) (la milésima parte del kilogramo); el *segundo*; la permitividad y la permeabilidad magnética del vacío se toman iguales a 1 (véase la pág. 156 y la tabla VII dada en el Apéndice).

CAPÍTULO I

MECÁNICA

El *movimiento mecánico* es la variación de la posición de un cuerpo respecto a los otros al transcurrir el tiempo. Esta variación se determina por el cambio de la distancia entre los puntos fijado de los cuerpos.

A. CINEMÁTICA

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

La *cinemática* estudia el movimiento de los cuerpos sin examinar las causas que provocan este movimiento.

El más simple cuerpo en movimiento es un punto material. Se llama *punto material* un cuerpo cuyas dimensiones carecen de importancia al describir su movimiento. Por ejemplo, el movimiento anual de la Tierra alrededor del Sol se puede considerar como movimiento del punto material, no obstante el movimiento de la Tierra en el transcurso de 24 horas alrededor de su eje no puede ser representado de tal modo.

Todo cuerpo sólido se puede considerar como un sistema de puntos materiales unidos entre sí rígidamente.

La línea que describe el punto material móvil se llama *trayectoria*. Atendiendo a la forma de su trayectoria los movimientos se dividen en *rectilíneos* (la trayectoria es recta) y *curvilíneos* (la trayectoria es curva). Por su carácter el movimiento puede ser uniforme o alterno.

1. Movimiento rectilíneo

El movimiento se llama *uniforme* si el punto en cualesquiera espacios de tiempo iguales recorre tramos iguales; en el caso contrario el movimiento se llama alterno. La *velocidad* del movimiento

uniforme (v) es la magnitud que se mide por el espacio (s) recorrido en unidad de tiempo (t):

$$v = \frac{s}{t},$$

6

$$s = vt.$$

(1.1)

En el caso del movimiento *variado* se distinguen velocidades instantánea y media. Si desde el instante t_0 hasta el $t_0 + \Delta t$ el cuerpo pasa el espacio Δs , entonces la relación

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

se llama *velocidad media* en el intervalo Δt . La *velocidad instantánea*, v , es la velocidad en el instante dado t_0 , es el límite

$$v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

La velocidad es una magnitud vectorial. La composición de las velocidades se efectúa según la regla de paralelogramo (de modo vectorial). Las unidades de velocidad son: cm/s (CGS), m/s (SI) y las unidades que no entran en los sistemas km/s, km/h.

Si en cualesquiera intervalos de tiempo iguales la velocidad se cambia en una magnitud igual, el movimiento se llama *uniformemente variado*. La magnitud cuyo valor numérico es igual a la variación de la velocidad en unidad de tiempo se llama *aceleración* (a), es decir,

$$a = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{v_t - v_0}{t - t_0}, \quad (1.2)$$

donde v_t es la velocidad en el instante t , y v_0 es la velocidad en el instante t_0 de comienzo de lectura. La aceleración es también una magnitud vectorial. Las unidades de medición de aceleración son: cm/s², m/s², km/s².

La velocidad del movimiento uniformemente alterno en cualquier instante de tiempo es

$$v_t = v_0 + at, \quad (1.3)$$

donde v_0 es la velocidad en el instante de comienzo de lectura.

La aceleración puede ser tanto positiva (*movimiento acelerado*), como negativa (*movimiento retardado* o *desacelerado*).

El espacio recorrido en el tiempo t durante el movimiento uniformemente alterno es:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2. \quad (1.4)$$

Durante el movimiento uniformemente variado la velocidad en el final del espacio recorrido puede determinarse por la velocidad inicial del movimiento, por la aceleración y el espacio recorrido:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2as. \quad (1.5)$$

El caso particular del movimiento rectilíneo con aceleración constante es la caída de los cuerpos de una altura no muy grande (mucho menor que el radio de la Tierra). Designando la altura de la caída libre ($v_0=0$) con h y la aceleración de los cuerpos en caída con g tenemos

$$h = \frac{1}{2} g t^2, \quad (1.4a)$$

donde t es el tiempo de la caída.

2. Movimiento giratorio

Se llama *movimiento circular de un punto* alrededor de un eje aquel movimiento durante el cual la trayectoria del punto es una circunferencia, cuyo centro se encuentra en este eje y cuyo plano es perpendicular a dicho eje. Se llama *movimiento giratorio de un cuerpo* alrededor de un eje aquel movimiento durante el cual todos los puntos del cuerpo efectúan movimiento circular alrededor de dicho eje.

Se llama *rotación uniforme* al movimiento durante el cual el cuerpo gira un mismo ángulo en intervalos de tiempo iguales.

La *velocidad angular* de rotación uniforme (ω) es una magnitud que se mide por el ángulo de giro en unidad de tiempo:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad (1.6)$$

donde φ es el ángulo de giro en el intervalo de tiempo t que se mide en radianes (rad). La velocidad angular puede expresarse por medio del número de revoluciones en unidad de tiempo n o en el período de revolución T :

$$\omega = 2\pi n, \quad (1.7)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.8)$$

Se llama *velocidad lineal* de un punto durante el movimiento de rotación la velocidad instantánea del punto móvil. El vector de velocidad está dirigido por la tangente a la trayectoria. La velocidad angular ω está relacionada con la velocidad lineal v :

$$v = \omega R, \quad (1.9)$$

donde R es el espacio entre el punto y el eje de rotación.

En el caso del movimiento giratorio irregular se distinguen las velocidades angulares instantánea y media. Si en un intervalo comprendido entre t_0 y $t_0 + \Delta t$ el cuerpo giró un ángulo $\Delta\varphi$, entonces la relación

$$\omega_m = \Delta\varphi / \Delta t$$

se llama *velocidad angular media* (ω_m) en el intervalo de tiempo Δt .

El límite de esta relación es, según la determinación, la velocidad angular instantánea en el intervalo de tiempo t_0 :

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1.10)$$

La rotación durante la cual la velocidad angular en cualesquiera intervalos de tiempo iguales se cambia en una misma magnitud se llama *uniformemente variada*.

La *aceleración angular* del movimiento de rotación uniformemente alterno ϵ es una magnitud que se mide por la variación de la velocidad angular en la unidad de tiempo; es decir,

$$\epsilon = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\omega_t - \omega_0}{t - t_0}, \quad (1.11)$$

donde ω_t es la velocidad angular en el instante t , y ω_0 es la velocidad angular en el comienzo de medir el tiempo t_0 .

La velocidad angular ω y la aceleración angular ϵ son magnitudes vectoriales; la dirección del vector ω se determina según la regla de tornillo derecho (fig. 2): haciendo girar la cabeza del tornillo en la dirección de rotación de un cuerpo, el movimiento de traslación del tornillo coincide con la dirección ω ; el vector ω está orientado a lo largo del eje de rotación. La dirección del vector de aceleración angular coincide con la dirección ω en el caso de aumentar la velocidad angular; en el caso de que la velocidad angular vaya disminuyendo, la dirección del vector ϵ es contrario a la dirección ω .



Fig. 2. Determinación del sentido del vector de la velocidad angular según la regla del tornillo derecho.

Caracterizando el movimiento de rotación uniformemente variado por el número de revoluciones en unidad de tiempo n se puede introducir la aceleración ε^* :

$$\varepsilon^* = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{n_t - n_0}{t - t_0}, \quad (1.12)$$

donde n_t es el número de revoluciones en el instante t , n_0 es el número de revoluciones en el instante de comienzo de lectura t_0 .

La velocidad angular de la rotación uniformemente variada y la frecuencia de revoluciones, pasado el tiempo t desde el comienzo de rotación, son iguales a

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon^* t, \quad n = n_0 + \varepsilon^* t. \quad (1.13)$$

El ángulo de giro durante la rotación uniformemente variada y el número de revoluciones son:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon^* t^2, \quad N = n_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon^* t^2. \quad (1.14)$$

Si el cuerpo se traslada por la trayectoria curvilínea, la velocidad varía no sólo en la magnitud, sino también en la dirección (fig. 3).

La variación de la magnitud de la velocidad lineal en unidad de tiempo la denominan *aceleración tangencial*:

$$a_t = \frac{v_t - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v_t}{\Delta t}, \quad (1.15)$$

o más estrictamente,

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_t}{\Delta t}, \quad (1.16)$$

donde v_t y v_0 son las magnitudes de velocidades lineales en los instantes $t_0 + \Delta t$ y t_0 . La aceleración tangencial está relacionada con la aceleración angular:

$$a_t = \varepsilon R. \quad (1.17)$$

La dirección a_t en dicho punto de la trayectoria coincide con la dirección de la velocidad lineal o es opuesta a ella.

La variación de la dirección de la velocidad en unidad de tiempo se llama *aceleración normal*:

$$a_n = \frac{\Delta v_n}{\Delta t}, \quad (1.18)$$

o más estrictamente,

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t}. \quad (1.19)$$

La aceleración normal está dirigida a lo largo del radio de la curvatura de la trayectoria (al eje de rotación).

Por ejemplo, durante la rotación uniforme de un cuerpo sus puntos se trasladan con una aceleración, ya que la dirección de su velocidad se cambia constantemente. La aceleración normal en este caso está dirigida hacia el eje de rotación (es decir, es perpendicular a la dirección de la velocidad lineal) y lleva el nombre de *aceleración centrípeta*:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R, \quad (1.20)$$

donde v es la velocidad lineal, ω es la velocidad angular, R es el radio de rotación del punto.

La total aceleración del punto del cuerpo durante el movimiento de rotación uniformemente variada es (véase la fig. 3)

$$a^2 = a_n^2 + a_t^2. \quad (1.21)$$

3. Movimiento de los cuerpos en el campo gravitatorio terrestre

En la fig. 4 se exponen las trayectorias de los cuerpos que partieron a distintas velocidades desde el punto A , el cual se encuentra cerca de la superficie de la Tierra.* En todos los casos la velocidad está dirigida horizontalmente. La circunferencia sirve de trayectoria del cuerpo si la velocidad del cuerpo v en el punto A es tal que la aceleración de la caída libre g es igual a la aceleración centrípeta v^2/R (R es radio de la trayectoria el cual, en el caso de que la altura

* La resistencia del aire no se toma en consideración.

Fig. 3. Aceleraciones tangencial y normal. Vector $OK = v_t$ determina la velocidad en el punto O (en el instante de tiempo t_0); el vector $OK_1 = v_t$ determina la velocidad en el punto O_1 (en el instante $t_0 + \Delta t$). El vector v_t se desplaza paralelamente al punto O (el segmento OM). La variación total de la velocidad Δv se define por el segmento KM ; la variación de la velocidad por el módulo (variación tangencial de la velocidad Δv_t) es igual al segmento LM ($OK = OL$); la variación de la componente normal de velocidad Δv_n es igual al segmento KL . Las aceleraciones a , a_t , a_n serán iguales a las variaciones respectivas de la velocidad por unidad de tiempo.

no sea muy grande, se toma por el radio del Globo terráqueo). De aquí se deduce

$$v = \sqrt{Rg} \approx 7,93 \text{ km/s.}$$

Esta magnitud se llama *velocidad orbital (circular)* o *primera velocidad cósmica*. Si la velocidad del cuerpo en el punto A es más de 7,93 km/s, pero menos de 11,1 km/s, entonces la trayectoria del cuerpo representa una elipse y su foco más próximo al punto de salida se encuentra en el centro de la Tierra (en la fig. 4 esta elipse va representada por la línea continua). Si la velocidad del cuerpo es igual a 11,16 km/s, es decir, a la *velocidad parabólica (de escape)* o *segunda velocidad cósmica*, su trayectoria representa una parábola.

Siendo la velocidad inicial mayor que 11,16 km/s, la trayectoria del cuerpo se hace una hipérbola. En los dos casos últimos el cuerpo se aleja indefinidamente de la Tierra y sale al espacio interplanetario. La velocidad mínima con la cual el cuerpo se aleja indefinidamente de la Tierra se llama a veces *velocidad de escape* (o *velocidad de liberación*). Si el cuerpo se mueve a velocidades menores de 7,93 km/s, las trayectorias del cuerpo móvil son unos segmentos de la elipse (representada en la fig. 4 por línea de trazos) cuyo foco lejano coincide con el centro de la Tierra.

Durante el movimiento a velocidades mucho menores que 7,93 km/s dichos segmentos pueden ser considerados como los segmentos de parábolas.

Si el cuerpo está lanzado desde la superficie de la Tierra bajo el ángulo α con una velocidad inicial v_0 que es mucho menos de 7,93 km/s, la aceleración de la caída puede ser considerada constante tanto por la magnitud, como por la dirección, y la superficie de la Tierra, plana. En este caso la pará-

bola sirve de trayectoria (fig. 5) y el alcance del vuelo (S), así como la máxima altura de elevación (H) se calculan por las fórmulas:

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}, \quad H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \quad (1.22)$$

donde v_0 es la velocidad de salida del cuerpo.

Se puede obtener la misma distancia del vuelo con dos valores del ángulo de lanzamiento: α_1 y α_2 , en este caso $\alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1$.

A la máxima distancia del vuelo le corresponde el ángulo $\alpha = 45^\circ$.

En el caso de que haya resistencia del aire el alcance de vuelo y la altura de elevación disminuyen. Por ejemplo: si se resiste la resistencia del aire, siendo el ángulo de lanzamiento $\alpha = 20^\circ$ y la velocidad inicial $v_0 = 550$ m/s, el alcance de vuelo del cuerpo sea 19,8 km; el proyectil que se mueve por el aire con mismos valores de la velocidad inicial y el ángulo de lanzamiento tiene el alcance de vuelo tan sólo 8,1 km.

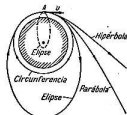


Fig. 4. Trayectorias del movimiento de los cuerpos en el campo gravitatorio terrestre.

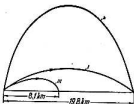


Fig. 5. Trayectorias de los cuerpos lanzados desde la superficie de la Tierra a velocidad inicial $v_0 = 550$ m/s. La curva I se refiere al caso $\alpha = 20^\circ$, la curva II, al caso $\alpha = 70^\circ$; la curva III, también al caso $\alpha = 20^\circ$ pero teniendo en cuenta la resistencia del aire.

TABLAS

Tabla I

Aceleraciones (valores aproximados)

Movimiento acelerado	Aceleración m/s ²	Movimiento retardado	Aceleración (negativa) m/s ²
Tren del metro	1	Frenado de emergencia de automóvil ..	4-6
Coche de carrera	4,5	Avión de reacción al aterrizar	5-8
Ascensor rápido	0,9-1,6	Paracaidista en el momento de liberarse la campana del paracaídas, siendo la velocidad de caída igual a 60 m/s	cerca de 60
Tren de pasajeros	0,35		
Tranvía	0,6		
Lanzamiento del cohete	30-90		
Proyectil en el tubo de un cañón	100 000		

Parámetros cinemáticos de planetas

(período orbital en torno del Sol T_s , período orbital en torno del eje T_0 , velocidad orbital v_0 , velocidad de liberación v , número de satélites N)

Planetas	T_s (en años)	T_0	v_0 , km/s	v , km/s	N
Mercurio	0,241	88 días	48,8	4,20	—
Venus	0,615	247 ± 5 días	35,0	10,2	—
Tierra	1,00004	23 h 56 min 4 seg	29,8	11,16	1
Marte	1,881	24 h 37 min 23 seg	24,2	5,01	2
Júpiter	11,86	9 h 51 min	13,06	59,5	12
Saturno	29,46	10 h 14 min	9,65	35,4	9
Urano	84,01	10 h 49 min	6,78	22,2	5
Neptuno	164,8	14 h (h)	5,42	24,8	2
Plutón	247,7	—	4,73	—	—
Luna	(satélite de la Tierra)	27 días 7 h 43 min 11 seg	—	2,37	—

Tabla 2

Relación entre la velocidad de escape v y la altura H sobre la superficie de la Tierra

H , 10 ³ km	v , km/s	H , 10 ³ km	v , km/s	H , 10 ³ km	v , km/s
0	11,19	5	8,37	30	4,68
0,5	10,77	10	6,98	40	4,15
1	10,40	20	5,50	50	3,76
2	9,76				

Tabla 3

Período orbital T del satélite de la Tierra en diferentes alturas H

H , km	T , h	H , km	T , h	H , km	T , h
0	1,41	1.000	1,75	5.000	3,35
250	1,49	1.500	1,93	10.000	5,78
500	1,58	1.690	2,00	35.800*	23,935
750	1,68	2.000	2,12		

Tabla 4

Se indican las alturas orbitales medias.

* Altura en la cual la velocidad angular orbital del satélite es igual a la velocidad angular de los puntos en la superficie de la Tierra, por eso el satélite parece estar colgado inmóvil en el cielo.

B. DINÁMICA

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Dinámica examina las leyes del movimiento de los cuerpos y las causas que provocan o cambian dicho movimiento. El cambio del movimiento de los cuerpos o la variación de sus formas se debe a la interacción de dos cuerpos como mínimo.

La **fuerza** es una magnitud física que caracteriza la acción mutua entre los cuerpos; define la variación del movimiento, bien de la forma del cuerpo, bien lo uno y lo otro juntos.

La fuerza es una magnitud vectorial. Dos fuerzas que ejercen acción sobre un cuerpo se suman según la ley de paralelogramo (de modo vectorial).

1. Leyes de dinámica

Primera ley de Newton. Todo cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme mientras las fuerzas aplicadas al cuerpo no provocan a cambiar dicho estado.

La propiedad de cuerpos de conservar la magnitud y la dirección de velocidad, cuando éstos son libres de acciones externas (o accionan las fuerzas equilibradas), se denominan **inercia**. La variación del movimiento del cuerpo se determina no sólo por la fuerza que influye sobre él, sino también por las propiedades del mismo cuerpo. La experiencia muestra que la relación entre la magnitud de la fuerza y la aceleración que ésta comunica queda siempre constante para dicho cuerpo (en el caso de velocidades pequeñas). La magnitud física proporcional a la relación entre la magnitud de la fuerza que ejerce acción sobre un cuerpo y la aceleración aplicada por ella, se llama **masa** de este cuerpo: $m = kF/a$. El coeficiente k depende del sistema de unidades de medición elegido. La masa sirve para medir la inercia del cuerpo.

En las leyes de Newton la masa caracteriza propiedades inerciales; además en la ley de gravitación universal (véase la pág. 28) la masa caracteriza propiedades gravitatorias, es decir, la propiedad de cuerpos de atraer unos a otros. De tal modo es posible distinguir la masa **inerte** y la **de gravitación**. No obstante, todos los experimentos confirman que la masa inerte y la de gravitación de un cuerpo son iguales entre sí. Por eso en la Física se habla simplemente de masa.

Siendo las velocidades grandes, próximas a la velocidad de luz en el vacío, la masa depende de la velocidad:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.23)$$

donde m es masa de un cuerpo en movimiento, m_0 es la masa de un cuerpo inmóvil, β es igual a v/c , v es la velocidad de cuerpo móvil, c es la velocidad de luz en el vacío.

Segunda ley de Newton. La aceleración de un cuerpo debida a la acción de una fuerza F sobre él, es proporcional a la magnitud de esta fuerza e inversamente proporcional a la masa del cuerpo m . La dirección de aceleración coincide con la de la fuerza:

$$a = k \frac{F}{m} \quad (1.24)$$

Las unidades de medición de la fuerza o de la masa se escogen de tal modo que el factor k sea igual a la unidad.

En el SI por la unidad de medición de la fuerza se toma tal fuerza que comunique a cualquier cuerpo, cuya masa es de 1 kg, aceleración igual a 1 m/s². Dicha unidad se llama *newton* (N).

Las unidades de medición de fuerza son: dina (CGS), newton (SI);

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ din.}$$

El producto de la masa del cuerpo por su velocidad se denomina *impulsión* (impulso) del cuerpo (o la *cantidad de movimiento*): $p = mv$. La impulsión es una magnitud vectorial que coincide en la dirección con la velocidad.

Si la fuerza aplicada a un cuerpo es constante por magnitud y dirección, la ley de Newton se puede representar, utilizando la fórmula (1.2), de modo siguiente:

$$F = \frac{mv_1 - mv_0}{t - t_0} \quad \text{ó} \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (1.25)$$

Más estrictamente la correlación (1.25) se escribe de manera siguiente:

$$F = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (1.26)$$

Dicho con otras palabras, la variación de impulsión de un cuerpo por unidad de tiempo es igual a la fuerza actuante (tanto por la magnitud, como por la dirección).

Tercera ley de Newton. Las fuerzas, con que dos cuerpos actúan entre sí, están dirigidas por una línea recta, son iguales por magnitud y están dirigidas en sentidos opuestos:

$$F_1 = -F_2, \\ m_1 a_1 = -m_2 a_2, \quad (1.27)$$

donde F_1 es la fuerza aplicada al primer cuerpo, F_2 , la fuerza aplicada al segundo, m_1 y m_2 son masas del primero y segundo cuerpos respectivamente.

Las fuerzas que ejercen en el sistema de cuerpos se pueden dividir en dos tipos: internas y externas. Se llaman *fuerzas internas* las que actúan entre los cuerpos que forman parte del sistema; las fuerzas debidas a la acción mutua con los cuerpos que no componen este sistema se llaman *fuerzas externas*. Se dice que el sistema es *cerrado* si están ausentes las fuerzas externas. Para el sistema cerrado se cumple la *ley de la conservación del impulso*: la suma vectorial de impulsos de los cuerpos en el sistema cerrado es una magnitud constante: $\sum p_i = \text{const.}$ Por ejemplo, para el sistema que consta de dos cuerpos se cumple la correlación

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

donde v_1 y v_2 son velocidades del primero y segundo cuerpos antes de su interacción, u_1 y u_2 , las velocidades después de interacción.

2. Dinámica del movimiento de rotación

La segunda ley de Newton aplicada al movimiento de rotación:

$$M = J\epsilon. \quad (1.28)$$

En este caso en calidad de masa interviene el momento de inercia J , en calidad de fuerza, el momento de fuerza M , como aceleración lineal, aceleración angular ϵ .

El *momento de una fuerza* con respecto a un eje es una magnitud igual al producto de la fuerza por un brazo (*brazo* es la distancia más breve desde el eje de rotación hasta la línea de acción de la fuerza).

El momento de una fuerza es una magnitud vectorial; su dirección se determina según la regla de tornillo derecho (véase a continuación). Las direcciones del momento de una fuerza y de aceleración angular coinciden.

Si en un cuerpo ejercen dos momentos de fuerza que provocan rotación en direcciones opuestas, entonces uno de ellos se considera condicionalmente positivo y el segundo negativo.

El *momento de inercia* de un punto material con respecto a un eje es igual al producto de su masa por el cuadrado de la distancia desde este punto hasta el eje:

$$J = mR^2. \quad (1.29)$$

El momento de inercia de un cuerpo es una suma de momentos de inercia de los puntos materiales que componen este cuerpo.

El momento puede ser expresado por medio de la masa del cuerpo y sus dimensiones.

El momento de inercia de un cuerpo respecto a cualquier eje se puede encontrar si son conocidos el momento de inercia de un cuerpo respecto a un eje paralelo a él que pasa por el centro de gravedad del cuerpo (véase la pág. 40), la masa del cuerpo m y la distancia entre los ejes b :

$$J = J_0 + mb^2. \quad (1.30)$$

En el caso del movimiento giratorio uniforme la suma de momentos de las fuerzas que ejercen sobre un cuerpo es igual a cero.

La segunda ley de Newton para el movimiento giratorio puede expresarse a través de la impulsión del cuerpo: con este fin se emplea una magnitud que tiene el nombre: momento de impulsión L . El momento de impulsión es una magnitud vectorial que es igual numéricamente al producto de la impulsión del cuerpo por un brazo r : $L = mvr = pr$.

La dirección del vector L se determina según la regla del tornillo derecho: haciendo girar la cabeza del tornillo en el sentido de rotación del cuerpo obtenemos que el movimiento de traslación del tornillo coincida con la dirección L . Análogamente se determinan las direcciones M y ω . De tal modo la ley del momento de rotación puede ser formulada así: la variación del momento de impulsión por unidad de tiempo es igual al momento de fuerzas que ejercen sobre el cuerpo:

$$M = \frac{L_t - L_0}{t - t_0} \quad \text{ó} \quad M = \frac{\Delta L}{\Delta t}, \quad (1.31)$$

donde L_t y L_0 son los momentos de impulsión en el periodo de tiempo t y t_0 .

La suma vectorial de los momentos de impulsión de los cuerpos, que forman parte del sistema cerrado, es una magnitud constante: $\sum L_i = \text{const}$ (ley de conservación del momento de impulsión).

El movimiento uniforme de un punto por una circunferencia se caracteriza con aceleración centrípeta (que condiciona el cambio de dirección de la velocidad) y puede existir sólo si hay una fuerza que crea esta aceleración. Tal fuerza está aplicada al punto que se traslada por la circunferencia y se llama *centrípeta*:

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R. \quad (1.32)$$

La fuerza centrípeta está dirigida por el radio hacia el eje de rotación y su momento respecto al eje de rotación es igual a cero (el brazo de fuerza es igual a cero).

Las unidades de medición son de: momento de una fuerza — N·m (SI), din·cm (CGS); momento de inercia — kg·m² (SI), g·cm² (CGS);

$$1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

3. Ley de la gravitación universal

Dos puntos materiales cuyas masas son m_1 y m_2 se atraen mutuamente con la fuerza F :

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}, \quad (1.33)$$

donde R es la distancia entre los puntos, γ es la constante de gravitación igual a $6,67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g} \cdot \text{s}^2$ (sistema CGS*).

La constante de gravitación es una magnitud igual numéricamente a la fuerza de atracción mutua de dos puntos materiales cuyas masas son iguales a la unidad y los cuales se encuentran a una distancia igual a la unidad. Si tenemos dos cuerpos esféricos semejantes con masas m_1 y m_2 la fuerza de acción mutua se expresa por la misma fórmula, donde R significa la distancia entre los centros de los cuerpos esféricos.

La fuerza de atracción entre el cuerpo, cuya masa es m y que está dispuesto en la superficie de la Tierra, y la misma Tierra es:

$$F = \gamma \frac{M_T m}{R_T^2}, \quad (1.34)$$

donde M_T es la masa de la Tierra y R_T es el radio del Globo terrestre.

En dicho punto de la Tierra todos los cuerpos caen con aceleración igual con respecto a su superficie. En el caso de la caída libre esta aceleración se designa con la letra g . Debido a la rotación diaria de la Tierra la aceleración g se condiciona con la suma vectorial de dos fuerzas: fuerza de atracción de la Tierra F (véase la fórmula (1.34)) y fuerza centrípeta F_c (véase la fórmula (1.32)). La resultante de estas fuerzas la llaman *fuerza de gravedad*.

La fuerza de gravedad del cuerpo cuya masa es m se determina por la siguiente expresión:

$$P = mg. \quad (1.35)$$

La fuerza de gravedad P y la fuerza de atracción a la Tierra F se diferencian (un poco) una de otra por la magnitud γ or la

* Todo lo que se refiere al sistema de unidades de medición CGS véase en la pág. 247.

dirección. El ángulo α entre direcciones de las fuerzas P y F (fig. 6, a) en la latitud φ es:

$$\alpha = 0,0018 \text{ sen } 2\varphi.$$

La dirección P coincide con la dirección de la plomada; la fuerza de atracción F siempre está dirigida hacia el centro de la Tierra; las dos fuerzas coinciden en dirección sólo en los polos donde $P=F$ y en el ecuador, donde $P=F-F_c$.

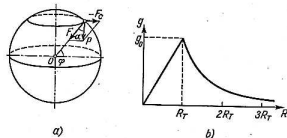


Fig. 6. a) Dirección de la fuerza de gravedad P y de la fuerza de atracción de la Tierra F ; b) aceleración de la fuerza de gravedad (intensidad del campo gravitacional) en distintas distancias respecto al centro de la Tierra (la Tierra se toma por la bola homogénea).

Debido a esto y tomando en consideración la diferencia existente entre la Tierra y la forma esférica, la aceleración de la fuerza de gravedad depende de la latitud (véase la tabla 13).

La aceleración de la fuerza de gravedad (intensidad del campo gravitacional), según la ley de gravitación, a la altura H con respecto a la superficie de la Tierra, se expresa por la fórmula

$$g = \gamma \frac{M_T}{(R_T + H)^2},$$

$$g = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + H)^2}, \quad (1.36)$$

donde g_0 es la aceleración en la superficie de la Tierra.

En la primera aproximación, siendo $H \ll R_T$,

$$g = g_0 \left(1 - 2 \frac{H}{R_T} \right). \quad (1.37)$$

En el centro de la Tierra la intensidad del campo gravitacional es igual a cero. Si tomamos la Tierra por un cuerpo esférico homogéneo, entonces la g va aumentando a medida de apartarse del centro de la Tierra. Fuera de la Tierra la g va disminuyendo a medida de alejarse del centro de la Tierra; la relación entre la aceleración g y la distancia hasta el centro de la Tierra va representada por el gráfico (fig. 6, b).

4. Fuerzas de rozamiento

Si un sólido se desliza con respecto al otro, con que sus superficies tienen puntos de contacto, entonces surge una fuerza que se opone a este movimiento. Dicha fuerza se llama *fuerza de rozamiento*. Aparece debido a las desigualdades habidas en las superficies rozantes, así como a las fuerzas de interacción molecular. Si las superficies de los sólidos en contacto no se lubrican, tal rozamiento se llama *seco*.

En el caso de que sobre el cuerpo, el cual se encuentra en una superficie plana, accione una fuerza dirigida en paralelo a la superficie de contacto de los cuerpos, el cuerpo se pone en movimiento sólo siendo determinada la magnitud de la fuerza actuante. Esta magnitud de la fuerza determina el valor máximo de la fuerza de rozamiento en reposo.

Según el carácter del movimiento, el rozamiento seco se divide en: *rozamiento de resbalamiento* (deslizamiento) (un cuerpo se desliza por la superficie del otro) y *rozamiento por rodadura* (un cuerpo rueda por la superficie del otro).

La magnitud de la fuerza de rozamiento F_r de deslizamiento depende de la naturaleza y de la calidad de mecanización de las superficies en contacto, así como de la magnitud de la fuerza que aprieta las superficies frotantes (fuerzas de la presión normal F_n):

$$F_r = k F_n, \quad (1.38)$$

donde k es el *coeficiente de rozamiento* que está relacionado con la naturaleza y la calidad de mecanización de las superficies frotantes, y en poco grado, con la velocidad del movimiento (a esta

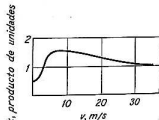


Fig. 7. Relación entre la fuerza de rozamiento y la velocidad del movimiento de una placa de acero por la superficie de acero.

relación se le da poco caso). El coeficiente de rozamiento en reposo k_r cambia su valor en función de la magnitud absoluta de la fuerza aplicada al cuerpo: sin embargo $0 \leq k_r \leq k$, donde k es el coeficiente de rozamiento de resbalamiento.

En la fig. 7 se muestra la relación aproximada entre la fuerza de rozamiento y la velocidad del movimiento de una placa de acero por una superficie de acero. El valor de la magnitud k se da en la tabla 12.

El rozamiento por rodadura es menor que el rozamiento de resbalamiento. La fuerza del rozamiento por rodadura depende del radio R del cuerpo que rueda, de las fuerzas de la presión normal, así como de la calidad de las superficies en contacto:

$$F_r = k' \frac{F_n}{R}, \quad (1.39)$$

donde k' es la magnitud que caracteriza las superficies en contacto; ella tiene dimensión de longitud.

De ejemplo pueden aducirse los siguientes valores de k' en cm:

Rueda con bandaje de acero se mueve por un riel de acero 0,05

Rueda de arrabio se mueve por un riel de acero 0,12

5. Densidad de sustancia

Se llama *densidad de sustancia* (ρ) una masa que corresponde a la unidad de su volumen. Con frecuencia se utiliza el concepto del peso específico. Se llama *peso específico* (d) el peso de la sustancia que contiene unidad de su volumen:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.)$$

$$d = \frac{P}{V}, \quad (1.41)$$

donde m es la masa del cuerpo, P es su peso y V es el volumen. En la técnica se utiliza el concepto de densidad volumétrica con respecto a los cuerpos no homogéneos (p.e. materiales áridos). Se llama *densidad volumétrica* la masa de unidad de volumen (1 m³) de dicha sustancia.

Al determinar la densidad volumétrica el volumen se define comprendidos los espacios en los materiales áridos y friables (arena, grano, carbón mineral, madera, leña, etc.).

Las unidades de medición de la densidad son: kg/m³ (SI), g/cm³ (CGS); las unidades de medición del peso específico son: N/m³ (SI), din/cm³ (CGS);

$$1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3.$$

6. Trabajo, potencia, energía

En la Física se llama *trabajo* (A) una magnitud que es igual al producto de la fuerza por el desplazamiento en la dirección de accionar la fuerza. Si la fuerza no coincide en la dirección con el desplazamiento, entonces el trabajo es igual

$$A = Fs \cos \alpha, \quad (1.42)$$

donde α es el ángulo entre las direcciones de la fuerza y de desplazamiento.

En el caso del movimiento giratorio con el ángulo de giro φ el trabajo, siendo constante el movimiento de fuerza M , es igual a

$$A_g = M\varphi. \quad (1.43)$$

Se llama *potencia* (N) una magnitud que es igual al trabajo realizado en unidad de tiempo:

$$N = \frac{A}{t} = Fv, \quad (1.44)$$

donde F es la fuerza, v es la velocidad.

La potencia del cuerpo en rotación es igual a

$$N_g = M\omega, \quad (1.45)$$

donde ω es la velocidad angular.

Una magnitud física que determina la capacidad de los cuerpos de realizar un trabajo se llama *energía*. Existen dos formas de la energía mecánica: energía de movimiento o, en otras palabras, *energía cinética* (E_c) que está relacionada con la velocidad relativa de los cuerpos y energía de posición o, en otras palabras, *energía potencial* (E_p) que está relacionada con la situación de los cuerpos. La plena energía mecánica del sistema se llama suma de las energías cinéticas y potenciales de todos los cuerpos que forman parte de este sistema. Las fuerzas cuyo trabajo no depende de la forma del espacio recorrido se llaman *conservativas* (por ejemplo fuerzas de gravedad); las fuerzas de rozamiento no son conservativas.

Cuando sobre los cuerpos del sistema, además de las fuerzas internas conservativas, ejercen también fuerzas externas (véase la pág. 26), la plena energía del sistema varía.

Designando las energías inicial y final del sistema con E_1 y E_2 tenemos

$$E_2 - E_1 = A,$$

donde A es el trabajo de las fuerzas externas.

La variación de la energía plena del sistema de los cuerpos entre los cuales accionan fuerzas conservativas es igual al trabajo que efectúan las fuerzas externas con respecto a los cuerpos del sistema. En el sistema cerrado de los cuerpos (es decir, cuando están ausentes fuerzas externas y su trabajo A es igual a cero) la plena energía del sistema se queda constante. Ese hecho es una de las leyes fundamentales de la mecánica: *principio de la conservación de la energía*. Existencia de las fuerzas no conservativas (por ejemplo, fuerzas de rozamiento) en el sistema cerrado (véase la pág. 26) lleva a disminución de la energía mecánica. En este caso la energía mecánica va transformándose en otras formas de la energía (véase la pág. 60).

La energía cinética de un cuerpo es igual a

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2, \quad (1.46)$$

donde m es la masa del cuerpo y v es su velocidad.

La energía cinética de un cuerpo en rotación es igual a

$$E_c = \frac{1}{2} J\omega^2, \quad (1.47)$$

donde J es el momento de inercia; ω , velocidad angular.

La energía potencial de un cuerpo en el campo de gravitación de la Tierra es igual a

$$E_p = -\gamma \frac{M_T m}{R}, \quad (1.48)$$

donde γ es la constante de gravitación (pág. 30), M_T es la masa de la Tierra, m es la masa del cuerpo, y R , la distancia desde el centro de la Tierra hasta el centro de gravedad del cuerpo.

En la Física la energía potencial de las fuerzas de atracción se considera como la negativa, y la energía potencial de las fuerzas de repulsión, como la positiva; por eso en la expresión (1.48) se pone el signo menos.

Si el cuerpo está alejado a pequeña distancia desde la superficie de la Tierra, se puede considerar que el campo terrestre de gravitación es homogéneo (la aceleración de la caída libre es constante

por magnitud y dirección). En el campo homogéneo la energía potencial de un cuerpo es igual a

$$E_p = mgh, \quad (1.49)$$

donde m es la masa del cuerpo, g es aceleración de la caída libre, h es la altura del cuerpo que se calcula de algún nivel convencional en el cual el valor de la energía potencial se toma igual a cero. Por ejemplo, la superficie de la Tierra puede servir de tal nivel convencional.

Las unidades de medición son: trabajo y energía — julio (J) (en el SI) y ergio (en el sistema CGS); potencia — vatio (W) y erg/s (sistema CGS).

$$1 J = 10^7 \text{ erg.}$$

TABLAS Y GRÁFICAS

Tabla 5

Densidad de los sólidos (a 20° C)

Sustancia	10 ³ g/kg/m ³	Sustancia	10 ³ g/kg/m ³
Metales y aleaciones		Madera (seca al aire)	
Acero	7.7—7.9	Abedul	0.7
Aluminio	2.7	Balsa	0.12
Armbio	7.0	Bambú	0.4
Bismuto	9.8	Cedro	0.5—0.6
Bronce	8.7—8.9	Ebano	1.1—1.3
Cinc	7.15	Fresno, caoba	0.6—0.8
Circonio	6.5	Guayaco	1.1—1.4
Cobalto	8.8	Nogal	0.6—0.7
Cobre	8.93	Pino, abeto	0.4—0.5
Constantán	8.88	Roble, haya	0.7—0.9
Cromo	7.15		
Duraluminio	2.79		
Estatío	7.29		
Germanio	5.3		
Hierro	7.88		
Latón	8.4—8.7		
Magnesio	1.76		
Manganesa	8.5		
Molibdeno	10.2		
Niobio	8.57		
Níquel	8.9		
Niquelina	8.77		
Oro	19.31		
Peralloy (Permalación)	8.6		
Permendur	8.2—8.3		
Plata	10.5		
Platino	21.46		
Piombo	11.35		
Plutonio	19.25		
Silicio	2.3		
Sodio	0.975		
Supermalloy	8.87		
Talio	11.86		
Tántalo	16.8		
Titanio	4.5		
Torio	11.71		
Uranio	19.1		
Vanadio	6.02		
Volframio	19.34		
		Minerales	
		Apatito	3.16—3.22
		Asbesto	2.35—2.6
		Borítina	4.48
		Berilio	2.67—2.72
		Calcita	2.6—2.8
		Coollinita	2.54—2.6
		Corundum	4.00
		Cuarzo	2.65
		Diamante	3.51
		Gráfico	2.21—2.25
		Mica	2.6—3.2
		Rocas	
		Basalto	2.8—3.2
		Bauxitas	2.9—3.5
		Carbón de piedra (seco)	1.2—1.5
		Creta	2.0
		(seca al aire)	2.5—3.0
		Granitos	2.5—2.8
		Mármol	2.5—2.8

Tabla 5 (continuación)

Sustancia	10 ³ g/kg/m ³	Sustancia	10 ³ g/kg/m ³
Diferentes materiales		Plásticos y plásticos laminares	
Ambar	1.1	Aminoplasticos laminares	1.4
Baratiz de baquelita	1.4	Caucho plástico	1.34—1.4
Cera de abejas blanca	0.95—0.96	Polivinílico	1.3
Cristal de espejo	2.55	Cellulosa	1.34—1.4
Cronita	1.2	Fenoplasto de	1.34—1.4
Goma dura ordinaria	1.2	Plásticos fluoro-	2.1—2.4
Hielo (a 0° C)	0.917	carburizos	1.38—1.4
Hueso	1.8—2.0	Plástico vinílico	1.18
Porcelana	2.2—2.4	Plexiglas	1.06
Vidrio de cuarzo	2.21	Poliestireno	1.3—1.4
Vidrio ordinario	2.5	Textolita	
Vidrio para	2.59		
termómetros	2.59		
Vidrio Pyrex	2.59		

Tabla 6

Densidad de los líquidos (a 20° C)

Sustancia	10 ³ g/kg/m ³	Sustancia	10 ³ g/kg/m ³
Acetate de vaselina	0.8	Anilina	1.02
Acetate para máquinas	0.9	Benceno	0.879
Acetona	0.791	Bromo	3.12
Acido acético	1.049	Cloroformo	1.489
Acido clorhídrico		Gasolina	0.68—0.72
(38 %)	1.19	Glicerina	1.26
Acido fórmico	1.22	Heptano	0.684
Acido nítrico	1.51	Hexano	0.660
Acido sulfúrico	1.83	Leche de media grueza	1.03
Agua	0.99823	Mercurio	13.55
Agua de mar	1.01—1.03	Nitrobenzeno	1.2
Agua pesada (D ₂ O)	1.1086	Nitroglicerina	1.6
Alcohol etílico	0.79	Petróleo	0.76—0.85
Alcohol metílico	0.792	Tolueno	0.866

Tabla 7

Densidad de los metales en estado líquido

Sustancia	Temperatura, °C	ρ , kg/m³	Sustancia	Temperatura, °C	ρ , kg/m³
Aluminio	660	2,380	Oro	1.100	17,24
	900	2,315		1.200	17,12
	1.100	2,261		1.300	17,00
Bismuto	300	10,03	Plata	960,5	9,30
	600	9,66		1.092	9,20
	962	9,20		1.300	9,00
Estañol	409	6,834	Plomo	400	10,51
	574	6,729		600	10,27
	704	6,640		1.000	9,81
Hierro	1.530	7,23	Potasio	64	0,82
				100	0,928
				400	0,854
			Sodio	700	0,780

Tabla 8

Densidad de agua y mercurio a diferentes temperaturas

t , °C	ρ , kg/m³	t , °C	ρ , kg/m³	t , °C	ρ , kg/m³	t , °C	ρ , kg/m³
a) Densidad de agua							
-10	0,99815	6	0,99997	50	0,98607	250	0,794
-5	0,99930	7	0,99993	60	0,98824	300	0,710
0	0,99987	8	0,99988	70	0,97781	350	0,574
1	0,99993	9	0,99981	80	0,97183	374,15	0,307
2	0,99997	10	0,99973	90	0,96534	(temperatura crítica*)	
3	0,99999	20	0,99823	100	0,95838		
4	1,00000	30	0,99567	150	0,9173		
5	0,99999	40	0,99224	200	0,8690		
b) Densidad de mercurio (siendo la presión de 1 atm)							
0	13,5951	25	13,5335	50	13,4723	75	13,4116
5	13,5827	30	13,5212	55	13,4601	80	13,3995
10	13,5704	35	13,5090	60	13,4480	90	13,3753
15	13,5580	40	13,4967	65	13,4358	100	13,3514
20	13,5457	45	13,4845	70	13,4237	300	12,875

* En lo que se refiere a la temperatura crítica véase las págs. 63, 70.

Tabla 9

Densidad de gases y vapores

(siendo la temperatura 0° C y la presión, 760 mm Hg)

Sustancia	ρ , kg/m³	Sustancia	ρ , kg/m³
Acetileno	1,173	Ozono	2,139
Aire	1,293	Oxido carbónico	1,25
Amoniaco	0,771	Oxígeno	1,429
Argón	1,783	Vapores saturados a 0° C	
Bióxido carbónico	1,977	Alcohol etílico	0,033
Cloro	3,22	Benceno	0,012
Criptón	3,74	Eter etílico	0,83
Helio	0,1785	Vapor de agua	0,005
Hidrógeno	0,08988		
Neón	0,900		
Nitrógeno	1,251		

Observación. Sobre los vapores saturados de agua véase el capítulo II.

Tabla 10

Densidad volumétrica de los materiales

Material	Densidad volumétrica, kg/m³	Material	Densidad volumétrica, kg/m³
Algodón secado al aire	80	8 % en peso de humedad	2000
Arena	1200—1600	Hormigón de ascensor, 18 % en peso de humedad	1500
Areolita	2600	Hormigón seco	1600
Arcilla, 18—20 % en peso de humedad ..	1600—2000	Maíz (grano)	750
Asfalto	2120	Mampostería de ladrillo rojo	1600—1700
Cal (en polvo)	500	Mampostería de ladrillo de sílice	1700—1900
Cemento (en polvo) ..	1400	Mipora	no más de 20
Enlucido de mortero de cal, 6—8 % en peso de humedad	1100	Nieve apelmazada	200—400
Escoria de alto horno	600—800	Nieve recién caída	80—190
Escoria de caldera ..	900—1300	Paño	250
Feltro de asbesto	600	Papel de amianto	850—900
Feltro de lana	300	Papeta	670
Guisante	700	Placas de junco prensado	260—360
Grava secada al aire ..	1840	Remolacha	650
Heno comprimido	100	Seda	160
Heno recién segado ..	50	Tela de lana	240
Hormigón armado, 8 % en peso de humedad ..	2200		
Hormigón celular	300—1200		
Hormigón con grava ..			

Tabla 11

Momentos de inercia de los cuerpos homogéneos

Cuerpo	Respecto al eje	J
Barra fina de longitud l	perpendicular a la barra y que pasa a través de su centro	$\frac{ml^2}{12}$
Disco o cilindro de radio r	perpendicular al plano del disco y que pasa a través de su centro	$\frac{mr^2}{2}$
Cuerpo esférico de radio r	que coincide con el diámetro	$0,4 mr^2$
Tubo delgado o anillo de radio r	que coincide con el eje del tubo	mr^2
Cilindro de longitud l y radio r	perpendicular al eje del cilindro y que pasa a través de su centro	$m \left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right)$
Paralelepípedo rectangular de dimensiones $2a, 2b, 2c$	que pasa a través del centro y que es paralelo al nervio de longitud $2a$	$m \frac{b^2 + c^2}{3}$

Observación. En la tabla se dan los momentos de inercia de los cuerpos respecto a los ejes que pasan a través de su centro de gravedad. Se puede determinar los momentos de inercia respecto a cualquier eje según la fórmula (1.30). Así el momento de inercia de una barra fina respecto al eje perpendicular a la barra y que pasa a través de su extremo es igual a

$$J = \frac{ml^2}{12} + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{ml^2}{3}.$$

Tabla 12

Coefficientes de rozamiento por deslizamiento para diferentes materiales

Superficies rozantes	k
Acero por acero	0,18
Acero por arrabio	0,16
Acero (o arrabio) por ferodo* y railbesto*	0,25—0,45
Acero por hielo (patines)	0,02—0,03

Tabla 12 (continuación)

Superficies rozantes	k
Acero por hierro	0,19
Arrabio por arrabio	0,16
Arrabio por bronce	0,21
Bronce por acero	0,18
Bronce por bronce	0,2
Cobre por arrabio	0,27
Cojinete de deslizamiento con lubricación	0,02—0,08
Correa de cuero, húmeda, por metal	0,16
Correa de cuero, seca, por roble	0,27—0,38
Correa de cuero, húmeda, por metal	0,56
Correa de cuero lubricada con grasa, por metal	0,23
Cuerda de cáñamo, mojada, por roble	0,33
Cuerda de cáñamo, seca, por roble	0,53
Goma (neumático) por arrabio	0,83
Goma (neumático) por terreno firme	0,4—0,6
Hielo por hielo	0,028
Madera seca por madera	0,25—0,5
Metal, húmedo, por roble	0,24—0,26
Metal, seco, por roble	0,5—0,6
Patines de madera por nieve y hielo	0,035
Patines revestidos de hierro por nieve y hielo	0,02
Roble por roble en dirección de la fibra	0,48
Roble, perpendicularmente a la dirección de la fibra de un cuerpo y en dirección de la fibra del otro	0,34
Rueda con bandaje de acero por el riel de acero	0,16
Plástico fluorocarbónico por acero inoxidable	0,064—0,080
Plástico fluorocarbónico-4 por plástico fluorocarbónico	0,052—0,086

Observación. Con el asterisco van marcados los materiales que se utilizan en dispositivos de frenado y los de fricción.

Tabla 13

Intensidad del campo gravitatorio de la Tierra (aceleración de la caída libre) para diferentes latitudes al nivel del mar

Latitud	$g, m/s^2$	Latitud	$g, m/s^2$
0°	9,78030	55° 45' (Moscú)	9,81523
10°	9,78186	59° 57' (Leningrado)	9,81908
20°	9,78634	60°	8,81914
30°	9,79321	70°	9,82606
40°	9,80166	80°	9,83058
50°	9,81066	90°	9,83216

Tabla 14

Características dinámicas del sistema Solar

La distancia desde el Sol es D , el radio medio del planeta, R ; la densidad de la sustancia del planeta, ρ ; la aceleración de la caída libre en la superficie, g ; la masa, M

Cuerpo celeste	D , 10 ¹² cm	R , 10 ⁸ cm	ρ , g/cm ³	g , m/s ²	M , 10 ²⁷ g
Sol	—	696	1,41	274	1.984.000
Mercurio	5,79	2,49	5,13	3,53	0,312
Venus	10,8	6,19	4,97	8,53	4,9
Tierra	14,95	6,378	5,52	9,81	5,98
Marte	22,78	3,42	3,94	3,73	0,65
Júpiter	77,8	71,4	1,33	25,9	1.901,4
Saturno	142,6	60,4	0,69	11,1	568,8
Urano	286,8	23,5	1,56	10,5	87,7
Neptuno	449,4	22,3	2,27	13,83	103
Plutón	589,6	—	—	—	—
Luna	0,03844 (desde la Tierra)	1,738	3,34	1,62	0,0736

C. ESTÁTICA DE UN CUERPO SÓLIDO

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

La *estática* estudia condiciones de equilibrio de un cuerpo o de un sistema de cuerpos. Si sobre un cuerpo, que está en el estado de reposo, ejercen acción unas fuerzas cuyas direcciones se cruzan en un punto, este cuerpo se queda en dicho estado, mientras que la suma (vectorial) de esas fuerzas sea igual a cero. El punto de aplicar la fuerza puede ser desplazado a lo largo de la línea de su acción.

Centro de gravedad de un cuerpo sólido o de un sistema de cuerpos. Cada partícula del cuerpo está sometida a la acción de la fuerza de gravedad. Se llama *centro de gravedad* el punto al que está aplicada la resultante de todas las fuerzas de gravedad que actúan sobre todos los puntos del cuerpo. La suma de momentos de las fuerzas de gravedad de todas las partículas del cuerpo respecto al centro de gravedad es igual a cero.

Tipos de equilibrio de los cuerpos. Si desviándose un poco el cuerpo respecto de la posición de equilibrio surgen fuerzas que intentan volver el cuerpo a la posición inicial, tal equilibrio se llama *estable*.

Suele ser que después de que sobre un cuerpo (que está en equilibrio estable) accionan pequeñas perturbaciones (desplazamientos, golpes) éste empieza a oscilar con pequeña amplitud con respecto a la posición de equilibrio; estas oscilaciones van amortiguando después debidas a rozamiento (véase la pág. 96) y el equilibrio se restablece.

En la posición de equilibrio estable la energía potencial del cuerpo tiene valor mínimo (cuando accionan fuerzas conservativas).

Si al desviarse un poco el cuerpo respecto de la posición de equilibrio surgen fuerzas que intentan aumentar dicha desviación, tal posición se llama *inestable*.

En la posición indiferente del equilibrio ninguna fuerza surge al desviarse el cuerpo, y la nueva posición también es la posición de equilibrio.

Condiciones de equilibrio de un cuerpo en el plano inclinado. Para mantener en el estado de equilibrio un cuerpo que tiene el peso P y que se encuentra en el plano inclinado, que forma ángulo α respecto al horizonte, es necesario aplicar la fuerza F que es igual a F_1 ; al mismo tiempo

$$F_1 = P \sin \alpha;$$

la fuerza F debe estar dirigida hacia arriba a lo largo del plano inclinado (fig. 8). En este caso el cuerpo ejerce presión en el plano inclinado con una fuerza $F_2 = P \cos \alpha$, y el plano inclinado acciona con la semejante fuerza sobre el cuerpo que está en él. El cuerpo

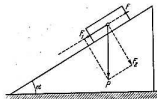


Fig. 8. Equilibrio de un cuerpo sobre el plano inclinado.

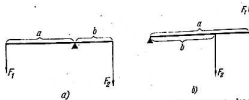


Fig. 9. Palancas: a) palanca cuyo punto de apoyo se encuentra entre los puntos de aplicar las fuerzas que ejercen sobre ella; b) palanca en la cual los puntos de aplicar las fuerzas efectivas se encuentran por un lado del punto de apoyo.

dispuesto libremente en el plano inclinado quedará en el estado de reposo hasta que la fuerza de desplazamiento sea mayor que la fuerza de rozamiento estático. Esto tendrá lugar cuando $\operatorname{tg} \alpha > k$, donde k es el coeficiente de rozamiento estático.

Palanca. Una palanca se encuentra en estado de equilibrio si la suma vectorial de los momentos de las fuerzas que ejercen una acción sobre ella es igual a cero (fig. 9):

$$F_1 a - F_2 b = 0,$$

donde a y b son brazos (véase la pág. 27) de las fuerzas F_1 y F_2 .

Las condiciones de igualdad de los momentos de las fuerzas se aplican también al equilibrio del torno (fig. 10, a) o de cabrestante.

Poleas. La polea inmóvil (fig. 10, b) sirve sólo para cambiar la dirección de la fuerza actuante. La polea móvil (fig. 10, c) da la posibilidad de obtener una ventaja en la fuerza. Cuando la polea móvil se encuentra en el estado de reposo o cuando ella gira uniformemente, la suma de todas las fuerzas actuantes y la suma de todos los momentos de fuerzas son iguales a cero.

De donde tenemos que

$$P = 2F, \text{ o } F = P/2.$$

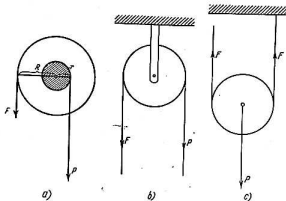


Fig. 10. Esquema de un torno (a), polea inmóvil (b) y polea móvil (c).

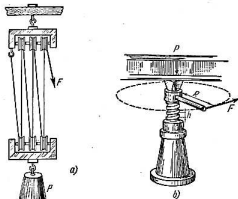


Fig. 11. Polipasto (a), tornillo (b).

Polipasto. El polipasto (fig. 11, a) representa un sistema de poleas tanto móviles como inmóviles unidas por medio de un soporte. Si el polipasto contiene n poleas móviles y n inmóviles, entonces la fuerza F que compensa la fuerza P es igual a

$$F = P/2n.$$

Tornillo. En el caso de que no hay rozamiento, la fuerza P que acciona a lo largo del eje de un tornillo se equilibra por la fuerza F aplicada a la manija (fig. 11, b):

$$F = Ph/2\pi R,$$

donde R es la distancia desde el eje de giro hasta el punto de aplicar la fuerza, y h es el paso de tornillo.

Tabla 15

Centros de gravedad de los cuerpos homogéneos
(véase la fig. 12)

Cuerpo	Disposición del centro de gravedad
Vástago delgado Cilindro o prisma	En el centro del vástago En el centro de la recta que acopia los centros de las bases del cilindro o del prisma
Cuerpo esférico	En el centro
Segmento plano de poco espesor	En el eje de simetría, está desplazado en $2/5$ de su altura desde la base
Pirámide o cono	En la línea que une el vértice con el centro de la base; está desplazado respecto a la base en $1/4$ de esta recta
Hemisferio	En el eje de simetría; está desplazado desde el centro en $3/8$ de radio
Placa triangular continua de poco espesor	En el punto de intersección de medianas

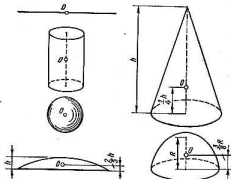


Fig. 12. Posición del centro de gravedad de algunos cuerpos con forma geométrica correcta.

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Bajo la acción de las fuerzas exteriores todo cuerpo sólido cambia su forma, es decir, sufre una deformación. La deformación que desaparece al cesar la acción de las fuerzas se llama *elástica*.

En el caso de la deformación elástica aparecen fuerzas elásticas internas que tienden a volver al cuerpo su forma inicial. La magnitud de esas fuerzas es proporcional a la deformación del cuerpo.

Deformación por tracción y compresión. El alargamiento de un patrón (Δl) que surge debido a la acción de una fuerza exterior (F) es proporcional a la magnitud de la fuerza actuante, a la longitud inicial (l) e inversamente proporcional al área de sección transversal (S):

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{Fl}{S}, \quad (1.50)$$

donde $1/E$ es el factor de proporcionalidad. La fórmula (1.50) expresa la *ley de Hooke*.

La magnitud E se llama *módulo de elasticidad* del primer tipo o *módulo de Young* y caracteriza las propiedades elásticas del material. La magnitud $F/S = p$ se llama *tensión*.

La deformación de las barras (muestras), cualesquiera que sean sus longitudes y secciones, se caracteriza por la magnitud que tiene el nombre de *deformación longitudinal relativa*, $\epsilon = \Delta l/l$.

La ley de Hooke para muestras de cualesquiera formas es:

$$p = E\epsilon. \quad (1.51)$$

El módulo de Young es igual numéricamente a la tensión que aumenta dos veces la longitud de la muestra. Sin embargo, la muestra se rompe siendo mucho menores las tensiones. En la fig. 13 va representada gráficamente la relación experimental entre p y ϵ , donde $p_{\text{máx}}$ es el límite de rotura, es decir, la tensión con que en la barra se obtiene estrechamiento local (cuello), p_{fluencia} es el límite de fluencia, es decir, la tensión con que aparece fluencia

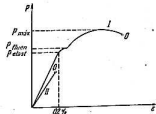


Fig. 13. Relación entre la tensión y la deformación longitudinal relativa. La curva I se refiere al material plástico, y la II al frágil. Los puntos O caracterizan la destrucción del material.

(aumenta la deformación sin aumentar la fuerza deformadora), p_{el} es el límite de elasticidad, es decir, la tensión inferior a la cual es válida la ley de Hooke*.

Todos los materiales se dividen en frágiles y plásticos. Las sustancias frágiles se destruyen siendo muy pequeños los alargamientos relativos. Mas a menudo esos materiales soportan la mayor compresión que la tracción.

A la par con la deformación por tracción se observa la reducción del diámetro del cuerpo de muestra. Si Δd es la variación del diámetro de la muestra, entonces $\epsilon_t = \Delta d/d$ suele llamarse deformación transversal relativa. La experiencia muestra que $|\epsilon_t/\epsilon| < 1$.

La magnitud absoluta $\mu = |\epsilon_t/\epsilon|$ se llama *coeficiente de la deformación transversal o coeficiente de Poisson*.

Deformación por cizallamiento. Se llama *deformación por cizallamiento* aquella deformación en la que todas las capas del cuerpo,



Fig. 14. Deformación por cizallamiento.

paralelas a cierto plano, se desplazan relativamente unas a otras. En el caso de cizallamiento el volumen del cuerpo a deformar no se varía. El segmento AA_1 (fig. 14) en que se desplaza un plano relativamente al otro se llama desplazamiento absoluto. Siendo pequeños los ángulos de desplazamiento,

el ángulo $\alpha \approx \text{tg } \alpha = AA_1/AD$ caracteriza la deformación relativa y se llama *desplazamiento relativo*.

La ley de Hooke para la deformación por cizallamiento se puede escribir de modo siguiente

$$p = G\alpha, \quad (1.52)$$

donde el coeficiente G se llama *módulo de cizallamiento*.

Compresibilidad de sustancia. La compresión de un cuerpo a todos los sentidos lleva a la disminución del volumen del cuerpo a ΔV y al surgimiento de las fuerzas elásticas que intentan a volver al cuerpo su volumen inicial. Se llama *compresibilidad* (β) una magnitud que es igual numéricamente a la variación relativa del volumen del cuerpo $\Delta V/V$ al cambiar en unidad la tensión (p) que acciona por la normal respecto a la superficie.

La magnitud inversa a la compresibilidad recibe el nombre de *módulo de elasticidad de volumen* (volumétrica) (K).

* Se toman en consideración las fuerzas de breve acción.

La variación del volumen de un cuerpo ΔV en el caso de aumentar la presión en Δp se calcula por la fórmula

$$\Delta V = -V\beta\Delta p, \quad (1.53)$$

donde V es el volumen inicial del cuerpo.

Correlación entre las constantes elásticas. El módulo de Young, el coeficiente de Poisson, el módulo de elasticidad de volumen y el módulo de cizallamiento están relacionados entre sí por las ecuaciones:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad K = \frac{E}{3(1-2\mu)},$$

que por medio de dos características de elasticidad conocidas permiten en la primera aproximación calcular las demás.

La energía potencial de la deformación elástica se determina por la fórmula

$$E_p = \frac{1}{2} F\Delta l, \quad (1.54)$$

donde F es la fuerza de elasticidad, y Δl es la magnitud de la deformación.

Las unidades de medición de los módulos de elasticidad son: N/m^2 (SI), din/cm^2 (CGS), kgf/m^2 (MKGfS) y kgf/mm^2 ; $1 \text{ kgf/mm}^2 = 9.8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 9.8 \cdot 10^7 \text{ din/cm}^2 = 10^6 \text{ kgf/m}^2$.

TABLAS Y GRÁFICAS

Tabla 16

Límites de resistencia de algunos materiales

(kgf/mm^2)

Material	Resistencia máxima	
	durante la tracción	durante la compresión
Acero al silicio-cromo-manganeso	155	—
Acero para carriles	70—80	—
Acero para construcciones	38—42	—
Acero para máquinas (al carbono)	32—80	—
Aminoplasticos laminados	8	20
Arrabio blanco	—	hasta 175
Arrabio gris de grano fino	21—25	hasta 140
Arrabio gris ordinario	14—18	60—100
Baquelita	2—3	8—10
Celón	4	16
Celuloide	5—7	—

Tabla 16 (continuación)

Material	Resistencia máxima	
	durante la tracción	durante la compresión
Grafito	0,5—1,0	1,6—3,8
Grafito	0,3	15—26
Quedax	15—17	15—18
Hielo (0° C)	0,1	0,1—0,2
Hormigón	—	0,5—3,5
Ladrillo	—	0,7—3
Latón, bronce	22—50	—
Pino (con 15 % de humedad) en dirección de la fibra	8	4
Pino (con 15 % de humedad) perpendicular a la dirección de la fibra	—	0,5
Plástico fenólico de textolita	8—10	10—26
Plástico fluorocarbónico-4	2	—
Plástico vinílico	4	8
Plástico vinílico alveolar en placas	0,6	7
Poliacrilato (vidrio orgánico)	5	10
Poliestireno	4	—
Roble (con 15 % de humedad) en dirección de la fibra	9,5	5
Idem, perpendicular a la dirección de la fibra	—	1,5
Textolita PTK	10	15—25

Tabla 17 (continuación)

Denominación del material	Módulo de Young E , 10^9 N/m ²	Módulo de elasticidad G , 10^9 N/m ²	Coefficiente de Poisson μ
Cobre, fundición	8.200	—	—
Cobre laminado	10.800	3.900	0,31—0,34
Duraluminio laminado	7.000	2.600	0,31*
Fundición de acero	17.000	—	—
Fundición maleable	15.000	—	—
Goma blanda vulcanizada	0,15—0,5	0,05—0,15	0,46—0,49
Granito, mármol	3.500—5.000	1.400—4.400	0,1—0,15
Hilo de cuarzo (de fusión)	7.300	3.100	0,17
Hormigón	1.500—4.000	700—1.700	0,1—0,15
Invar	13.500	5.300	0,25*
Latón estirado en frío	8.900—9.700	3.400—3.600	0,32—0,42
Latón naval laminado	9.200	3.600*	0,36
Manganeso	12.300	4.600	0,33
Níquel	20.400	7.900	0,28*
Plata	8.270	3.030	0,37*
Plexiglas	525	148	0,35*
Titanio	11.600	4.400	0,32*
Vidrio	4.900—7.800	1.750—2.900	0,2—0,3

* Valores calculados.

Tabla 18

Compresibilidad de los líquidos a diferentes temperaturas

Sustancia	Temperatura, °C	En intervalo de presiones, atm	Compresibilidad β , 10^{-6} atm ⁻¹
Aceite de ricino	14,8	1—10	47,2
	20,5	1—10	63,3
Aceite de oliva	14,8	1—10	56,3
	14,2	9—36	111
Acetona	0	100—300	82
	0	500—1.000	59
	0	1.000—1.500	47
	0	1.500—2.000	40
Acido acético	25	92,5	81,4
Acido sulfúrico	0	1—16	302,5
Agua	20	1—2	46
Alcohol etílico	20	1—50	112
	20	50—100	102
	20	100—200	95
	20	200—300	86
	20	300—400	80
	100	900—1.000	73

Módulos de elasticidad y coeficientes de Poisson

Denominación del material	Módulo de Young E , 10^9 N/m ²	Módulo de elasticidad G , 10^9 N/m ²	Coefficiente de Poisson μ
Acero aleado	20.600	8.000	0,25—0,30
Acero al carbono	19.500—20.500	800	0,24—0,28
Aluminio	6.300—7.000	2.500—2.600	0,32—0,36
Arado blanco, gris	11.300—11.600	4.400	0,23—0,27
Blasato	3.200	1.200*	0,33*
Bronce de aluminio, fundición	10.300	4.100	0,25*
Bronce fosforoso laminado	11.300	4.100	0,32—0,35
Cadmio	5.000	1.900*	0,3
Caliza densa	3.500	1.500	0,2
Caucho	0,79	0,27	0,46
Celulosa	170—190	65*	0,39
Cine laminado	8.200	3.100	0,27
Constantán	16.000	6.100	0,33
Cobre estirado en frío	12.700	4.800	0,33*

* Valores calculados.

Tabla 18 (continuación)

Sustancia	Temperatura, °C	En intervalo de presiones, atm	Compresibilidad β , 10^{-4} atm^{-1}
Benceno	16	8—37	90
	20	99—296	78,7
	20	296—494	67,5
Glicerina	14,8	1—10	22,1
Keroseno	1	1—15	67,91
	16,1	1—15	76,77
	35,1	1—15	82,83
	52,2	1—15	92,21
	72,1	1—15	100,16
	94	1—15	108,8
Mercurio	20	1—10	3,91
Nitrobenceno	25	192	43,0
Parafina (<i>t</i> de fusión 55° C)	64	20—100	83
	100	20—400	24
	185	20—400	137
Tolueno	10	1—5,25	79
	20	1—2	91,5
Xileno	10	1—5,25	74
	100	1—5,25	132

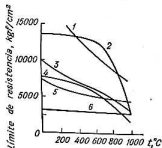


Fig. 15. Relación entre el límite de resistencia y la temperatura. La curva 1 es volframo; la 2, acero al níquel; la 3, acero al cobalto; la 4, acero N = 155; la 5, acero Mo 0,5 Ti; la 6, Ti 36 Al.

E. MECÁNICA DE LÍQUIDOS Y GASES

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Los líquidos, así como los gases, a diferencia de los cuerpos sólidos, no manifiestan resistencia a la variación de su forma conservándose constante su volumen. Para cambiar el volumen de un líquido o disminuir el volumen de un gas se debe aplicar fuerzas externas. Dicha propiedad del líquido se llama *elasticidad del volumen*.

La presión (p) es una magnitud que se mide por la fuerza que obra perpendicularmente a la superficie en la unidad de área.

Las unidades de medición de la presión son: N/m^2 (SI), din/cm^2 (CGS), atmósfera normal (atm), atmósfera técnica (at).

$$1 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ din/cm}^2;$$

$$1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2;$$

$$1 \text{ at} = 9,80665 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

1. Estática

La presión exterior sobre un líquido o un gas se transmite de manera igual en todas las direcciones (la *ley de Pascal*).

La columna de líquido o de gas, encontrándose en un campo uniforme de gravitación, crea una presión acondicionada por el peso de dicha columna. Considerando el líquido y el gas incompresibles, resulta la presión

$$p = \rho gh, \quad (1.55)$$

donde ρ es la densidad del líquido o del gas, g es la aceleración de la caída libre, h es la altura de la columna. La magnitud de la presión no depende de la forma de la columna, sino que se determina sólo por su altura.

En los vasos comunicantes las alturas de las columnas de líquidos son inversamente proporcionales a las densidades de líquidos:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (1.56)$$

Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta una acción de empuje hacia arriba que es igual al peso del fluido desalojado (*ley de Arquímedes*).

2. Dinámica

Cuando los líquidos o gases se desplazan a velocidades mucho menores que es la velocidad del sonido en estos medios, se puede hacer caso omiso a su compresibilidad. Durante el movimiento de líquidos y gases (fluidos) surgen fuerzas de rozamiento. Si dichas fuerzas son pequeñas, se les hacen poco caso y denominan *líquido ideal* (perfecto) el gas o el líquido en examen. En el caso contrario se suele decir que el *líquido es viscoso*.

Movimiento del líquido ideal. El flujo del líquido o del gas se llama *estacionario* si la velocidad y la presión se quedan constantes en todo punto del espacio por donde éstos pasan.

En este caso a través de toda sección transversal pasan, en unidad de tiempo, iguales volúmenes del fluido:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2, \quad (1.57)$$

donde S_1 y S_2 son áreas de dos secciones diferentes de un tubo, y v_1 y v_2 son velocidades de fluido en estas secciones. Al variar la sección del tubo se cambian no sólo la velocidad del fluido en movimiento, sino también la presión, pues en cualquiera sección (siendo estacionario el movimiento del líquido perfecto) se cumple la condición

$$\left. \begin{aligned} p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 &= \text{const}, \\ p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} &= p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

donde p es la presión, ρ es la densidad del fluido, h es la altura de esta sección del tubo sobre cierto nivel, v es la velocidad del movimiento del fluido en dicha sección del tubo (fig. 16, a).

La ecuación (1.58) lleva el nombre de *ecuación de Bernoulli*. De esta ecuación se deduce la *ley de Torricelli*:

$$v^2 = 2gH, \quad (1.59)$$

donde v es la velocidad de partículas de un fluido que sale del pequeño orificio en un vaso, H es la altura de la capa superficial del fluido sobre el orificio (fig. 16, b).

Movimiento del fluido viscoso. En el caso de mover en un fluido un cuerpo sólido (por ejemplo, un cuerpo esférico) la capa del fluido más próxima a éste se pega y se mueve junto con este cuerpo; las demás capas se deslizan unas respecto a otras. La fuerza que ejerce sobre el sólido, el cual se mueve en el interior del fluido (medio) viscoso (líquido o gas), y que está dirigida contrariamente a la velocidad del cuerpo se llama *resistencia del medio*. Si durante

el movimiento del cuerpo tras él no surgen remolinos, la resistencia del medio resulta proporcional a la velocidad del cuerpo v . En el caso particular del movimiento de un cuerpo esférico, cuyo radio es R , la resistencia del medio es

$$F = 6\pi\eta Rv, \quad (1.60)$$

donde η es el *coeficiente de rozamiento interno* (véase la pág. 66), o la *viscosidad*.

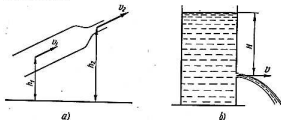


Fig. 16. a) Explicación para la fórmula (1.58).
b) Salida del líquido desde el orificio pequeño.

Las unidades de medición del coeficiente de rozamiento interno son: kg/m·s (SI), g/cm·s (poise) (P) (CGS);

$$1 \text{ kg/m·s} = 10 \text{ g/cm·s}.$$

La fórmula (1.60) tiene el nombre de *fórmula de Stokes*.

La velocidad de la caída uniforme (estable) de un cuerpo esférico pequeño en el líquido viscoso se determina por la fórmula

$$v = g \frac{\rho - \rho_{\text{liq}}}{\eta} \frac{2R^2}{9}, \quad (1.61)$$

donde ρ es la densidad del cuerpo esférico, R es su radio, ρ_{liq} es la densidad del líquido, η es su viscosidad y g , aceleración de la caída libre.

El volumen del fluido que pasa en unidad de tiempo por un tubo capilar, cuyo radio es R y la longitud l , con diferencia de presiones $p_1 - p_2$ en los extremos del tubo, es igual a

$$V = \frac{1}{8l} \frac{\pi R^4}{\eta} (p_1 - p_2). \quad (1.62)$$

La viscosidad del fluido en sumo grado depende de la temperatura.

TABLAS

Viscosidad de los líquidos (a 18° C)

Sustancia	$\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s	Sustancia	$\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s
Aceite de ricino	120,0	Alcohol etílico	0,122
Aceite para cilindros oscuro	24,0	Anilina	0,46
Aceite para cilindros refinado (40° C)	0,109	Benceno	0,0673
Aceite para máquinas liviano	11,3	Bisulfuro de carbono	0,0382
Aceite para máquinas pesado	66,0	Bromo	0,102
Acetona	0,0337	Cloroformo	0,0579
Acido acético	0,127	Eter etílico	0,0238
Agua	0,105	Glicerina	139,3
		Mercurio	0,159
		Pentano	0,0244
		Tolueno	0,0613
		Xileno	0,06

Viscosidad de gases (a 0° C)

Sustancia	$\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s	Sustancia	$\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s
Aire (libre de CO ₂) ..	1,72	Metano	1,04
Amoníaco	0,93	Nitrógeno	1,67
Cloro	1,29	Oxido carbónico	1,67
Gas carbónico	1,40	Oxido nítrico	1,72
Helio	1,89	Oxígeno	1,92
Hidrógeno	0,84	Protóxido nitrógeno ..	1,38

Viscosidad de gases siendo altas las presiones
($\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s)

Gas	Tempe- ratura, °C	Presión			
		50	100	600	900
Acido carbónico	40	18,1	48,3	—	—
Etileno	40	13,4	28,8	—	—
Nitrógeno	25	18,7	19,9	38,7	49,4
	75	20,7	21,7	36,1	44,2

Viscosidad del agua a distintas temperaturas

$t, ^\circ\text{C}$	0	5	10	15	20	25	30	40	50		
$10^{-3} \frac{\eta}{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}}$	1797	1518	1307	1140	1004	895	803	655	551		
$t, ^\circ\text{C}$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
$10^{-3} \frac{\eta}{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}}$	470	407	357	317	284	256	232	212	196	184	174

Viscosidad de los líquidos a distintas temperaturas
($\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s)

Líquido \ °C	10	20	30	50	70	100
Aceite de ricino ..	244	98,7	45,5	12,9	4,9	—
Aceite para transformadores ..	4,2	1,98	1,34	0,64	0,38	0,213
Acetona	0,0358	0,0324	0,0295	0,0251	—	—
Anilina	0,653	0,439	0,318	0,191	0,129	0,076
Benceno	0,076	0,065	0,056	0,0436	0,035	—

Viscosidad del aire en distintas condiciones
($\eta \cdot 10^{-3}$ kg/m·s)

P, at	$t, ^\circ\text{C}$			P, at	$t, ^\circ\text{C}$		
	0	25	100		0	25	100
1	17,20	18,37	21,80	100	19,70	20,60	23,35
20	17,53	18,65	22,02	200	23,70	23,95	25,30
50	18,15	19,22	22,40	300	28,60	28,00	28,10

Tabla 25

Viscosidad de los metales en estado líquido

Sustancia	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, 10^{-3}$ kg/m·s	Sustancia	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, 10^{-3}$ kg/m·s
Aluminio	700	2,90	Mercurio	20	1,54
	800	1,40		50	1,40
				100	1,24
Bismuto	304	1,65		200	1,03
	451	1,28		300	0,90
	600	0,99		400	0,83
Estatio	240	1,91		500	0,77
	400	1,38		600	0,74
	600	1,05	Potasio	100	0,46
				200	0,34
				500	0,185
				700	0,14
			Plomo	441	2,11
				551	1,69
				844	1,18
			Sodio	103,7	0,69
				400	0,25
				700	0,18

CAPÍTULO II

CALOR Y FÍSICA MOLECULAR

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Un sistema de cuerpos los cuales ningún contacto mutuo tienen con los cuerpos circundantes se llama *aislado*.

El sistema aislado (por ejemplo un gas que se halla en un vaso con paredes no conductoras), a fin de cuentas, se transforma en el estado que no se varía ulteriormente. Dicho estado se llama *equilibrio térmico*. Una magnitud escalar que determina equilibrio térmico entre los cuerpos, los cuales intercambian de energía transmitiéndola térmicamente, se llama *temperatura*.

La variación de la temperatura de un cuerpo provoca el cambio de las propiedades de éste (dimensiones, densidad, elasticidad, conductibilidad eléctrica, etc.).

La temperatura de un cuerpo caracteriza la energía cinética del movimiento térmico de sus moléculas o átomos (véase la pág. 72).

De acuerdo con las normas estatales se utilizan dos escalas de temperatura: termodinámica (de Kelvin) y práctica (de Celsius); las designaciones del grado son siguientes: $^{\circ}\text{K}$ (termodinámica) y $^{\circ}\text{C}$ (práctica). Los valores del grado de ambas escalas son iguales.

En la escala termodinámica, en la cual el valor de $273,16^{\circ}\text{K}$ (exacto) se establece para la temperatura del punto triple del agua, el punto de fusión del hielo, siendo normal la presión, se encuentra en $0,01^{\circ}$ más bajo que este triple punto. El punto que se encuentra en $273,15^{\circ}$ inferior que la temperatura de fusión del hielo, siendo normal la presión, se llama *cero absoluto*. A partir de este punto se toma la temperatura en la escala de Kelvin.

En la escala de Celsius se toma por cero la temperatura de equilibrio de agua y hielo, y por 100° se toma la temperatura de ebullición de agua, siendo normal la presión.

Como puntos patrón de la escala de temperaturas prácticas se toman temperaturas a que hierven oxígeno ($-182,970^{\circ}\text{C}$) y azufre ($444,60^{\circ}\text{C}$), así como las temperaturas de fusión de plata ($960,8^{\circ}\text{C}$) y oro ($1063,0^{\circ}\text{C}$), siendo normal la presión atmosférica.

1. Fundamentos de termodinámica. Capacidad calorífica

Se llama *energía interna* de un cuerpo (o un sistema) la suma de las energías cinética del movimiento caótico de moléculas, potencial de su interacción e intermolecular.

La energía se transmite de un cuerpo al otro de dos modos: primero, por medio de interacción mecánica cuando el trabajo se efectúa mediante fuerzas mecánicas o electromagnéticas (véase el capítulo IV); segundo, por medio de interacción térmica, cuando la energía se transmite mediante el movimiento caótico de moléculas debido a la conductibilidad térmica (véase la pág. 65) o a la radiación calorífica (véase la pág. 203). La cantidad de energía que se transmite durante interacciones de cuerpos se llama *cantidad de calor* (o simplemente *calor*).

En el SI el calor se mide en J. Sin embargo se puede medirlo en unidades de medición especiales: calorías (cal):

$$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J.}$$

Al calentar un cuerpo de unidad de masa desde la temperatura t_0 hasta la temperatura $t = t_0 + \Delta t$, es necesario comunicarle una cantidad de calor ΔQ . La magnitud de relación $\Delta Q/\Delta t$ se llama capacidad calorífica específica media en este intervalo de temperaturas ($t - t_0$). El límite de dicha relación

$$c_0 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

es, según la determinación, la capacidad calorífica específica eficaz a la temperatura t_0 . Esta capacidad (calor específico eficaz) depende de la temperatura. No obstante, con frecuencia se puede hacer poco caso a esta dependencia y considerar que la capacidad calorífica específica eficaz (o simplemente calor específico) es igual a la cantidad de calor que es necesario comunicar a un cuerpo de unidad de masa para elevar su temperatura de $t^\circ \text{C}$ a $(t+1)^\circ \text{C}$, siendo cualquiera el valor de t .

La cantidad de calor ΔQ que recibe el cuerpo cuya masa es m , al elevar su temperatura en Δt , es igual a

$$\Delta Q = cm \Delta t, \quad (2.1)$$

donde c es el calor específico.

La capacidad calorífica de la sustancia depende de las condiciones en que se efectúa el calentamiento. La capacidad específica en el caso del proceso isobárico (el calentamiento se efectúa a

presión constante) se llama *capacidad calorífica a presión constante* (c_p). En el caso del proceso isocoro (el calentamiento se efectúa siendo constante el volumen) la capacidad calorífica se llama *capacidad calorífica a volumen constante* (c_v). Siempre $c_p > c_v$; para las sustancias sólidas las capacidades c_p y c_v difieren un poco.

Las unidades de medición de calor específico son:

$$\text{J/kg} \cdot \text{grad (SI), cal/g} \cdot \text{grad.}$$

La suma de cantidad del calor ΔQ , que un cuerpo recibe durante el calentamiento, y del trabajo ΔA , que dicho cuerpo efectúa en este proceso, es igual a la variación de la energía interna ΔU (*primera ley de termodinámica*):

$$\Delta Q + \Delta A = \Delta U.$$

La variación ΔU se determina por los estados final e inicial y no depende del proceso de calentamiento; ΔQ y ΔA están relacionados con el proceso de transición.

El calor no puede pasar arbitrariamente de un cuerpo más frío al otro, más calentado, sin que transcurran algunas variaciones en el sistema (*segunda ley de termodinámica*).

La capacidad calorífica de cualquier cuerpo, al aproximarse al cero absoluto, se tiende al cero (*tercera ley de termodinámica*).

2. Transformaciones de fase

Se llama *fase* conjunto de partes de un sistema iguales por sus propiedades. Por ejemplo: hielo, agua, vapor, que son partes integrantes de un sistema, representan distintas fases; grafito y diamante son distintas fases de un sólido (carbono).

El paso de una fase a la otra va acompañado por el proceso de absorción o desprendimiento de una cantidad de calor que se llama *calor de transición*.

Para que una sustancia pase de su estado sólido al líquido se debe comunicarle una cantidad de calor

$$Q = \lambda m, \quad (2.2)$$

donde m es la masa del cuerpo fundido, λ es el calor específico de fusión.

Se llama *calor específico de fusión* una cantidad de calor que se debe transmitir a la unidad de masa de un sólido que se encuentra a la temperatura de fusión, para que éste se pase al estado líquido. Durante la cristalización (solidificación) de un líquido se desprende el calor.

El calor de fusión es igual al calor de cristalización*.

Durante la fusión va aumentando el volumen (a excepción de agua, galio, antimonio, arrabio y bismuto cuyo volumen va disminuyendo).

A la presión dada cada sustancia tiene su determinada temperatura que se llama *temperatura de fusión*; a esta temperatura se efectúa el paso del estado sólido al líquido. En este caso la temperatura sigue siendo constante. La temperatura de fusión depende de la presión. La curva que muestra la relación entre la temperatura de fusión y la presión se llama *curva de fusión*. El coeficiente de variación de la temperatura de fusión de agua en función de la presión es igual aproximadamente a $-7,5 \cdot 10^{-8}$ grad/atm.

El paso del líquido al estado gaseoso se llama *evaporación*; el paso inverso, *condensación*. La vaporización de los sólidos tiene el nombre de sublimación. Las moléculas que tienen la máxima velocidad saltan durante la evaporación a través de la superficie libre del cuerpo que se enfría debido a esto.

La evaporación que tiene lugar no sólo en la capa superficial, sino en el interior del líquido se llama *ebullición*. La ebullición se efectúa a la temperatura constante (para la presión exterior dada). Esta temperatura se llama *temperatura de ebullición*; ella sigue siendo constante al producirse la ebullición. El coeficiente de variación de la temperatura de ebullición de agua en función de la presión es igual, aproximadamente, a $1/26,12$ grad/mm Hg.

La cantidad de calor que se debe comunicar a un cuerpo para hacerlo pasar al vapor se llama *calor de evaporación* (o *calor de vaporización* durante la ebullición):

$$Q = rm, \quad (2.3)$$

donde m es la masa de una sustancia evaporizada, r es el *calor de evaporación* (vaporización) que es igual al calor de evaporación de unidad de masa.

En el caso de la condensación del vapor tiene lugar el desprendimiento del calor; el calor de vaporización es igual al calor de condensación.

En un vaso abierto la evaporación puede continuarse hasta que el líquido desaparezca totalmente. En un vaso cerrado la evaporación del líquido va continuando hasta que se establezca un equilibrio entre la masa de sustancia en estado líquido y la masa de vapor. Con dicho equilibrio se observan procesos de evaporación y condensación que compensan uno al otro. Este equilibrio se

llama *dinámico*. El vapor que está en equilibrio dinámico con su líquido se denomina *de saturación* (*saturado*).

La ebullición se efectúa a la temperatura cuando la presión de los vapores de saturación de un líquido es igual a la presión exterior.

Elevándose la temperatura, aumentan la presión y la densidad del vapor de saturación, al mismo tiempo la densidad del líquido disminuye. La curva que muestra la relación entre la presión del vapor saturado y la temperatura tiene el nombre de *la curva de evaporación*, o *la línea de saturación*; para los sólidos cristalinos semejantes curvas se denominan *curvas de sublimación*.

Las curvas de fusión, evaporación y sublimación determinan las condiciones de equilibrio de dos fases: sólida y líquida, líquida y gaseosa, sólida y gaseosa. El punto de intersección de todas tres curvas se llama *punto triple* (fig. 17). El punto triple determina la condición (presión, temperatura y densidad) de simultáneo equilibrio de tres fases.

La curva de equilibrio del líquido y vapor saturado va continuando hasta la temperatura a la cual sus densidades sean iguales. En este caso desaparece el límite entre ellos. Dicho estado se llama *crítico* y la densidad, la presión y la temperatura correspondientes a tal estado les denominan también *críticas* (véase la pag. 70).

El calor de vaporización depende de la temperatura. Elevándose la temperatura, disminuye el calor de vaporización. Para la temperatura crítica es igual a cero. El calor de vaporización r se gasta en trabajo que efectúan moléculas atravesando la superficie del líquido (*calor interno de vaporización q*) y en trabajo vinculado con el aumento del volumen de la sustancia, pasando ésta al estado gaseoso (*calor externo de vaporización p*). En la fig. 18 se exponen las dependencias entre r , q y p y la temperatura t para el agua.

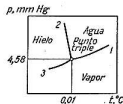


Fig. 17. Curvas de evaporación (1), fusión (2), sublimación (3) cerca del punto triple del agua.

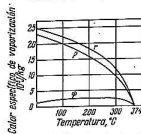


Fig. 18. Relación entre el calor de vaporización externo (p) interno (q) y total (r) y la temperatura para el agua.

* Todo lo dicho respecto a la temperatura y el calor de fusión es justo para los sólidos en estado cristalino y policristalino. Tal cuerpo se llama *cristalino* cuyas propiedades son distintas por diferentes direcciones. Un cuerpo que está compuesto de muchos cristales orientados caóticamente se llama *policristalino*.

3. Dilatación térmica de los cuerpos sólidos y líquidos

Variándose la temperatura de los sólidos y líquidos, se cambian sus dimensiones y volumen. A la temperatura $t^\circ \text{C}$ la longitud l_t de un sólido se determina por su longitud l_0 a la temperatura 0°C , por la temperatura t y por el coeficiente de la dilatación lineal α :

$$l_t = l_0(1 + \alpha t). \quad (2.4)$$

Se llama *coeficiente de dilatación lineal* una magnitud que es igual al alargamiento medio (en el intervalo de temperaturas comprendido entre 0°C y $t^\circ \text{C}$) del cuerpo: $(l_t - l_0)/l_0 = \alpha$.

Análogamente para el volumen del cuerpo

$$v_t = v_0(1 + \beta t), \quad (2.5)$$

donde β es al coeficiente de dilatación cúbica.

Se llama *coeficiente de dilatación cúbica* una magnitud que es igual a la variación relativa media (en el intervalo de temperaturas dado) del volumen de un cuerpo: $\beta = (1/t)(v_t - v_0)/v_0$.

Para un sólido isotrópico (cuyas propiedades son iguales en todas direcciones) $\beta = 3\alpha$.

Los coeficientes de dilatación lineal y cúbica se expresan en grad^{-1} .

Más exactas son las fórmulas:

$$\Delta l = l_0(a + bt^2), \quad l_t = l_0(1 + at + bt^2), \quad (2.6)$$

donde a y b son coeficientes que se determinan experimentalmente para cada sustancia.

Los coeficientes de dilatación lineal se cambian al variar el intervalo de temperaturas del calentamiento de un cuerpo.

Así, para el hierro $l_t = l_0(1 + 117 \cdot 10^{-7}t + 4,7 \cdot 10^{-9}t^2)$; el coeficiente de dilatación lineal de hierro al calentarse de 0°C a 75°C es igual a $1,21 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$, y para el intervalo $0^\circ \text{C} - 750^\circ \text{C}$ es igual a $1,52 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$.

Durante el calentamiento de los cuerpos se varía su densidad. La densidad del cuerpo a la temperatura t es:

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta t}, \quad (2.7)$$

donde ρ_0 es la densidad del cuerpo a la temperatura 0°C , β es el coeficiente de dilatación cúbica.

4. Fenómenos de transferencia

El calor se transmite por medio de convección, conductibilidad térmica y radiación (véase la radiación calorífica (térmica), pág. 203).

Conductibilidad térmica. Se llama *conductibilidad térmica* el proceso de transmitir el calor mediante el caótico movimiento térmico de moléculas y átomos.

La nivelación de temperaturas en líquidos y gases se debe, principalmente, a la convección: flujo dirigido del líquido o gas más cálido hacia las partes más frías. En los sólidos no hay proceso de convección.

La cantidad de calor transmitida por una capa de sustancia de espesor Δl , el área S , al mantener en sus planos la diferencia de temperaturas ΔT durante el tiempo t , es:

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta l} St, \quad (2.8)$$

donde λ es el coeficiente de conductibilidad térmica. Se llama *coeficiente de conductibilidad térmica* una magnitud que es igual, numéricamente, a la cantidad de calor transferida en unidad de tiempo a través de una capa con espesor de unidad siendo la diferencia entre las temperaturas de capas superficiales igual a 1° , si el área de la capa es igual a unidad.

Difusión. Se llama *difusión* el proceso de nivelar las concentraciones que se debe a la transferencia de una sustancia por medio del movimiento molecular. La masa de una sustancia M transportada a través de una capa de espesor Δl y del área S , manteniendo en sus planos la diferencia de concentraciones ΔC durante el tiempo t , es:

$$M = D \frac{\Delta C}{\Delta l} St, \quad (2.9)$$

donde D es el coeficiente de difusión.

Se llama *coeficiente de difusión* una magnitud que se mide por la masa de sustancia difundidora transferida a través de una capa de espesor de unidad, siendo la diferencia de concentraciones en sus áreas igual a 1 unidad.

Las unidades de medición del coeficiente de difusión son:

$$\text{m}^2/\text{s} \text{ (SI)}, \quad \text{cm}^2/\text{s} \text{ (CGS)},$$

$$1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}.$$

Las unidades de medición del coeficiente de conductibilidad térmica son:

W/m·grad (SI); cal/cm·s·grad, kcal/m·h·grad;

$$1 \text{ W/m·grad} = 2,39 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm·s·grad} = 0,86 \text{ kcal/m·h·grad.}$$

Rozamiento interno (viscosidad). En el caso de que las capas de líquido o gas se trasladen paralelamente unas respecto a otras, surgen fuerzas de rozamiento que hacen frenar el movimiento de las capas que se desplazan a mayores velocidades y aceleran el movimiento de las capas a menores velocidades. El fenómeno de viscosidad se debe a la transferencia de una cantidad de movimiento (impulso) del movimiento ordenado por las moléculas que pasan de una capa a la otra.

La magnitud de la fuerza de rozamiento interno es:

$$F_r = \eta \frac{dv}{dl} S, \quad (2.10)$$

donde dv/dl es la relación entre la diferencia de velocidades de las capas y la distancia existente entre ellas, S es el área de contacto de las capas. El coeficiente de rozamiento interno η se mide por fuerza de rozamiento que surge entre dos capas con un área igual a la unidad, siendo la relación dv/dl igual a la unidad.

Las unidades de medición de viscosidad son:

poise (P), g/s·cm (CGS), kg/s·m (SI).

Las correlaciones (2.8)–(2.10) son válidas a condición de que la longitud de la carrera libre de las moléculas de un líquido o gas (véase la pág. 70) sean menores que las dimensiones del vaso.

5. Tensión superficial de los líquidos

Las moléculas que se encuentran en la superficie de líquido experimentan acción por parte de otras moléculas con fuerzas orientadas al interior del líquido.

La capa superficial de moléculas se halla en el estado que recuerda una película extendida elástica que tiende a reducir su área. Sobre toda parte de la capa superficial actúan las partes circundantes de la capa las fuerzas que tienden a mantener extensa dicha parte. Estas fuerzas están dirigidas a lo largo de la capa superficial y se llaman *fuerzas de tensión superficial*.

La magnitud de la fuerza de tensión superficial es:

$$F = \alpha l, \quad (2.11)$$

donde l es la longitud del perímetro de la capa superficial del líquido, α el coeficiente de la tensión superficial.

Se llama *coeficiente de tensión superficial* (o simplemente *tensión superficial*) una magnitud que es igual numéricamente a la fuerza aplicada a la unidad de longitud del contorno rectilíneo de la capa superficial de líquido.

Las unidades de medición de la tensión superficial son:

N/m (SI), din/cm (CGS):

$$1 \text{ N/m} = 10^3 \text{ din/cm.}$$

La tensión superficial disminuye, elevándose la temperatura y se convierte en cero a la temperatura crítica.

6. Leyes de gases

Las propiedades de la mayoría de las sustancias en estado gaseoso, encontrándose en condiciones ordinarias, pueden ser descritas con ecuación siguiente:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (2.12)$$

Esta ecuación se denomina *ecuación del estado del gas perfecto*, o *la de Clapeyron–Mendeléev*. Aquí p es la presión de gas, V es el volumen que ocupan m kilogramos (gramos) de gas, μ es k-mol (mol), R es la constante universal de los gases, T es la temperatura según la escala termodinámica.

La molécula-kilogramo (molécula-gramo) es el número de kilogramos (gramos) de sustancia numéricamente igual al peso molecular.

Un mol de cualquiera sustancia contiene el mismo número de moléculas. Este número de moléculas se llama el *número de Avogadro* N_A :

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ kg·mol}^{-1} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ g·mol}^{-1}.$$

La ecuación de Clapeyron–Mendeléev se puede utilizar (en primera aproximación) para todas sustancias en estado gaseoso si la densidad de estas sustancias es menor que la densidad de sus vapores saturados a las mismas temperaturas.

De la ecuación (2.14) siguen las leyes de Gay-Lussac, Charles y

de Boyle—Mariotte. Siendo constantes p y m (pues que $R = \text{const}$, y μ es constante para la sustancia dada) tenemos

$$v_1 = v_0 \frac{T_1}{T_0},$$

donde v_0 y T_0 son respectivamente el volumen y la temperatura de gas a 0°C . De aquí se deduce la ley de Gay-Lussac (ecuación del proceso isobárico):

$$v_t = v_0 \left(1 + \frac{1}{273} t \right), \quad (2.13)$$

donde t es la temperatura expresada en $^\circ \text{C}$.

Siendo constantes v y m recibimos la ley de Charles (ecuación del proceso isócoro):

$$p = p_0 \left(1 + \frac{1}{273} t \right). \quad (2.14)$$

Siendo constantes T y m (proceso isotérmico) tenemos la ley de Boyle—Mariotte:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2. \quad (2.15)$$

La magnitud $\alpha = 1/273,15 \text{ grad}^{-1}$ se llama *coeficiente de dilatación cúbica* o *coeficiente térmico* de la presión de gas perfecto. Para los gases reales a presiones próximas a la atmosférica o aún mayores los coeficientes respectivos se diferencian un poco de dicha magnitud.

Se puede obtener la densidad de gas ρ de la ecuación (2.12) si son conocidos la presión p , la temperatura T y el peso molecular de gas:

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{\mu p}{RT}. \quad (2.16)$$

Durante la dilatación isotérmica (que se caracteriza por la temperatura constante) el gas efectúa un trabajo dirigido contra las fuerzas de presión externas. Este trabajo se realiza a cuenta, en lo principal, del calor del medio ambiente. La temperatura del gas y del medio ambiente no se varía. Al comprimir el gas, se desprende el calor que se transmite al medio ambiente.

Al variarse el volumen de gas sin que tenga lugar el intercambio de calor con el medio ambiente (proceso adiabático) la presión y el volumen de la masa constante están relacionados por la ecuación de adiabata:

$$p v^\gamma = \text{const}, \quad (2.17)$$

donde γ es igual a c_p/c_v .

Si la densidad de gas resulta ser comparable con la densidad del vapor saturado a la temperatura dada, se observan desviaciones considerables respecto a la ecuación del estado de gas perfecto. En este caso es necesario tener en cuenta las fuerzas de interacción de moléculas de gas y el volumen que éstas ocupan. Dicho cálculo lleva a la ecuación de gas real. Con mayor frecuencia se emplea la ecuación de Van der Waals:

$$\left[p + \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \frac{a}{v^2} \right] \left(v - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT, \quad (2.18)$$

donde v es el volumen que ocupan m kilogramos (gramos) de gas, μ el k-mol (mol), y a , b son las constantes de Van der Waals que pueden determinarse por los parámetros críticos para un mol de gas: volumen v_{cr} , presión p_{cr} y temperatura T_{cr} de la sustancia:

$$a = 3p_{cr}v_{cr}^2; \quad b = \frac{1}{3}v_{cr}; \quad R = \frac{8}{3} \frac{v_{cr}p_{cr}}{T_{cr}}. \quad (2.19)$$

Isotermas de Van der Waals se dan en la fig. 19. A las temperaturas más bajas que T_{cr} las isotermas tienen una curvatura en forma

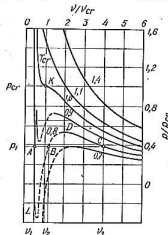


Fig. 19. Isotermas de Van der Waals. En los ejes van marcados los valores relativos del volumen (v/v_{cr}) y de la presión (p/p_{cr}); las cifras al lado de las curvas indican la temperatura en unidades relativas (T/T_{cr}).

de S ; para estas temperaturas a un valor de la presión p corresponden tres valores de volumen (por ejemplo, a la presión p_1 corresponden los volúmenes v_1, v_2, v_3). A las temperaturas T_{cr} y aún superiores sus isothermas no tienen dicha curvatura. La temperatura T_{cr} es la crítica (véase también la pág. 63); los valores de la presión p_{cr} y del volumen v_{cr} que corresponden a esta temperatura se llaman **presión crítica y volumen crítico**. El estado de una sustancia al que corresponden T_{cr}, p_{cr} y v_{cr} es el crítico.

En realidad, en el segmento de curvatura en S las isothermas van horizontalmente, es decir, paralelamente al eje de abscisas (para la presión p_1 la isoterma pasa a través de los puntos A, B, C). Esos segmentos corresponden al equilibrio entre el líquido y gas. El gas (o vapor) que se halla en equilibrio con su líquido es vapor saturado (véase la pág. 63). A ciertas condiciones la isoterma puede pasar por los segmentos AL (líquido recalentado) y CD (vapor resaturado); pero dichos estados son inestables.

Para condensar los gases por medio de aumento de la presión, es necesario enfriarlos hasta la temperatura inferior que la temperatura crítica. La temperatura de gas condensado se determina por la presión bajo la cual se encuentra. En la tabla 35 se dan las temperaturas de ebullición de los gases condensados. Reduciendo la presión (por ejemplo, evacuando los vapores que se forman) se puede disminuir la temperatura de ebullición.

La ecuación de Van der Waals describe en algunos casos también el estado líquido de la sustancia.

7. Fundamentos de la teoría cinética de los gases

Desde el punto de vista molecular el gas representa gran número de partículas que se desplazan libremente (moléculas o átomos). Dichas partículas se mueven a velocidades diferentes, y al chocarse varían sus velocidades.

La longitud media del espacio que recorre la molécula entre dos colisiones próximas se llama *longitud del recorrido libre*. La longitud del recorrido libre en gas es

$$l = \frac{kT}{\sqrt{2}n\sigma^2 p}, \quad (2.20)$$

donde $k=R/N_A$ es la constante de Boltzmann, σ es el diámetro de moléculas, T es la temperatura en escala de Kelvin, N_A es el número de Avogadro, p es la presión, R , la constante universal de los gases.

La ley que describe la distribución de moléculas por velocidades lleva el nombre de *función de distribución*. Dicha función

de distribución de las moléculas del gas perfecto (distribución de Maxwell) va representada en la fig. 20. En el eje de ordenadas se marca el número relativo de moléculas $\Delta n/n$ cuyas velocidades se comprenden entre v y $v + \Delta v$; en el otro eje entre marcados los valores de velocidades.

La velocidad que corresponde al máximo en la fig. 20 se llama *la velocidad más probable* v_p .

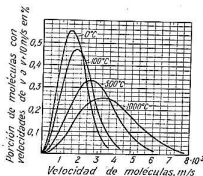


Fig. 20. Distribución de las moléculas de hidrógeno conforme a las velocidades para diferentes temperaturas.

La *velocidad media* de las moléculas se llama la *velocidad*

$$v_m = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_n}{n}, \quad (2.21)$$

donde $v_1, v_2, \dots, v_n$ son velocidades de moléculas; los valores de velocidades se toman por la magnitud absoluta. La *velocidad cuadrática media* se llama la *velocidad*

$$v_c = \left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n} \right)^{1/2}. \quad (2.22)$$

De la distribución de Maxwell obtenemos las expresiones siguientes para calcular las velocidades:

$$v_p = \frac{2kT}{m}, \quad v_m = \frac{8kT}{\pi m}, \quad v_c = \frac{3kT}{2m}, \quad (2.23)$$

donde m es la masa de una molécula, al mismo tiempo $v_c > v_m > v_p$.

La presión de gas se debe a los choques de algunas moléculas contra las paredes del vaso. Es igual a

$$p = \frac{1}{3} n m v_c^2 = n k T, \quad (2.24)$$

donde n es el número de moléculas en unidad de volumen.

La presión parcial de un gas que forma parte de una mezcla, se llama tal presión que daría dicho gas si se encontrara un sólo en volumen dado y a la misma temperatura.

En una mezcla de gases perfectos, que no entran en reacciones químicas, la presión total es igual a la suma de las presiones parciales que componen dicha mezcla de gases (*ley de Dalton*):

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (2.25)$$

La energía cinética media de una molécula del gas perfecto depende sólo de la temperatura:

$$E = \frac{i}{2} k T, \quad (2.26)$$

donde $i=3$ para los gases monoatómicos, $i=5$ para los biatómicos, $i=6$ para los poliatómicos. La energía cinética de un mol del gas perfecto es

$$E_{\mu} = \frac{1}{2} i R T. \quad (2.27)$$

Las moléculas, cuyas velocidades son mayores de la velocidad de escape (véase la pág. 22), pueden abandonar las capas superiores de la atmósfera y salir al universo.

La atmósfera representa una mezcla de los gases que se encuentran en el campo gravitatorio de un planeta el que ella rodea. La presión de la atmósfera disminuye aumentando la distancia h desde la superficie del planeta. Si suponemos que la temperatura de la atmósfera no depende de la altura, entonces

$$p = p_0 e^{-\mu g h / R T}, \quad (2.28)$$

donde μ es el peso molecular medio de la mezcla de los gases que componen la atmósfera; g es la aceleración de la caída libre en la proximidad de la superficie del planeta; R es la constante universal de los gases, T es la temperatura en la escala de Kelvin, p_0 es la presión de la atmósfera cerca de la superficie del planeta, e es la base de logaritmos naturales ($e \approx 2.72$). La correlación (2.28) se llama *fórmula barométrica*.

Respecto a la Tierra, dicha fórmula puede ser expresada en forma siguiente

$$h = 8000 \lg \frac{p_0}{p},$$

donde h es la altura expresada en metros.

En numerosos países, entre ellos en la URSS, la atmósfera normalizada se toma como base de comparación cuyo cálculo se efectúa suponiendo que la presión al nivel del mar a la temperatura de 15°C es 760 mm Hg, y al aumentar la altura la disminución de temperatura es igual a 6.5° en cada 1000 m.

La correlación entre la altura, la presión, la densidad y la temperatura de la atmósfera normalizada se da en la tabla 54.

En el aire que nos rodea siempre hay alguna cantidad del vapor de agua. La masa del vapor de agua que se encuentra en 1 m^3 del aire se llama *humedad absoluta*. Se puede medir la humedad absoluta por la presión parcial del vapor de agua.

Elevándose la humedad absoluta los vapores de agua se aproximan más al estado del vapor de saturación. La *humedad absoluta máxima** a la temperatura dada es la masa del vapor de saturación en 1 m^3 del aire.

Se llama *humedad relativa* la relación entre la humedad absoluta y la humedad absoluta máxima a la temperatura dada expresada en el por ciento.

Los coeficientes de la conductibilidad térmica, viscosidad y difusión de gas (λ , η , D) se calculan por las fórmulas:

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho v_m l c_v, \quad (2.29)$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho v_m l, \quad (2.30)$$

$$D = \frac{1}{3} v_m l, \quad (2.31)$$

donde ρ es la densidad de gas, v_m es la velocidad media de moléculas de gas, c_v es capacidad calorífica siendo constante el volumen, l , longitud del recorrido libre.

* En las condiciones determinadas puede tener lugar sobresaturación de vapores.

Si la longitud del recorrido libre es mayor que las dimensiones del recipiente, no tiene lugar el rozamiento interno y al desplazarse el gas el coeficiente de rozamiento contra las paredes del recipiente es igual a

$$\eta = \frac{1}{6} \rho v_m; \quad (2.32)$$

el coeficiente de la conductividad térmica en este caso es igual a

$$\lambda = \frac{1}{6} \rho v_m c_v. \quad (2.33)$$

TABLAS Y GRÁFICAS

Tabla 26

Capacidades caloríficas específicas c_p , calor de fusión λ , calor de evaporación r , temperaturas de fusión t_{fus} y de ebullición t_{eb} de algunas sustancias

Sustancia	c_p $\frac{10^3}{\text{kg} \cdot \text{grad}}$ a 20° C	t_{fus} , °C	λ , 10^3 J/kg	t_{eb} , °C	r , 10^3 J/kg
Acero	0,46	1300—1400	205	—	—
Acetona	2,18	—94,3	96	56,2	324
Alcohol etílico	2,43	—114	105	78,3	846
Aleación de Wood	0,17	65,5	35	—	—
Aluminio	0,88	658,7	322—394	2300	9220
Arrabio	0,30	1100—1200	96—138	—	—
Benceno	1,705	5,5	127	80,2	396
Bismuto	0,13	271,3	50	1560	855
Bisulfuro de carbono	1,006	—112	66,6	46,2	348
Cobre	0,39	1083	214	2360	5410
Estadío	0,23	231,9	59	2270	3020
Eter etílico	2,35	—116,3	113	34,6	351
Germanio	0,31	958	478	2700	—
Glicerina	2,4	—	176	290	825
Hielo (agua)	4,19	0	334	100	2260
Hierro	0,45	1530	293	3050	6300
Latón	0,38	900	—	—	—
Litio	4,40	186	628	1317	20500

Tabla 26 (continuación)

Sustancia	c_p $\frac{10^3}{\text{kg} \cdot \text{grad}}$ a 20° C	t_{fus} , °C	λ , 10^3 J/kg	t_{eb} , °C	r , 10^3 J/kg
Madera:					
roble, 6—8 % de peso de humedad	2,4	—	—	—	—
pino, 8 % de peso de humedad	1,7	—	—	—	—
Magnesio	1,3	651	373	1103	5450
Mercurio	0,138	—38,9	11,73	356,7	283
Naftalina	1,3	80,3	151	218	316
Niquel	0,46	1452	243—306	3000	7210
Oro	0,13	1063	65,6	2800	1575
Plástico fluoro-carbónico-4	0,92—1,05	—	—	—	—
Plata	0,235	960,8	88	2160	2350
Plomo	0,13	327,3	22,5	1750	880
Potasio	0,763	64	60,8	760	2080
Sodio	1,3	98	113	883	4220
Tolueno	1,73	—95,1	72,1	110,7	365

Tabla 27

Variación relativa del volumen de la sustancia durante la fusión

Sustancia	$\Delta v/v$, %	Sustancia	$\Delta v/v$, %
Acero al carbono	4,5—6,0	Estadío	2,6
Aleación a base de cobre	3,0—4,5	Galio	—3
Aleaciones de aluminio	4,5—5,9	Indio	2,5
Aluminio	6,6	Hielo	—8,3
Antimonio	—0,94	Litio	1,5
Arrabio gris	2,4—3,6	Magnesio	4,2
Bismuto	—3,32	Mercurio	3,6
Cadmio	4,74	Oro	5,19
Cesio	2,6	Plata	4,59
Cine	6,9	Potasio	2,41
		Sodio	2,5

Tabla 28
Temperatura de fusión de los materiales refractarios

Material	$t, ^\circ\text{C}$	Material	$t, ^\circ\text{C}$
Carburo de tantalio y zirconio	3500—3900	Tantalio	2950
Volframo	3416	Niobio	2415
Boruro de zirconio y hafnio	3000—3200	Zirconio	1860
		Titanio	1725

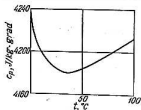


Fig. 21. Calor específico del agua a diferentes temperaturas.

Tabla 29
Capacidad calorífica específica de los sólidos a temperaturas bajas
($\text{J/kg} \cdot \text{grad}$)

Sustancia	Temperatura, °K							
	20 (ebul- lición H ₂)	50	77 (ebul- lición N ₂)	90 (ebul- lición O ₂)	100	150	200	298
Acero inoxidable ..	4,6	67	163	214	244	364	424	477
Aluminio	10,3	144	349	426	485	685	800	900
Cobre	7,9	9,8	202	237	260	331	366	396
Cuarzo fundido ...	25,7	115	201	244	274	420	540	740
Hierro	4,6	54	147	189	221	332	393	447
Níquel	5,0	68,6	168	209	238	336	392	445
Plástico fluo- carbónico-4	77,6	210	316	364	399	553	695	1120

Observación. En el intervalo de temperaturas comprendido entre 0° C y 300° C la capacidad calorífica media de cobre es igual a 410 J/kg·grad; y del cuarzo fundido, 680 J/kg·grad.

Observación. En el intervalo de temperaturas comprendido entre 0°C y 300°C la capacidad calorífica media de cobre es igual a $410 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$; del cuarzo fundido, $680 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$.

Tabla 30
Capacidad calorífica específica del alcohol etílico en estado líquido a distintas temperaturas y presiones
($c_p, 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$)

Presión kgf/cm^2	Temperatura $^\circ\text{C}$						
	-60	-40	-20	0	20	40	60
10	1,59	1,79	1,99	2,20	2,41	2,62	2,84
60	1,59	1,78	1,98	2,17	2,38	2,58	2,79

Presión kgf/cm^2	Temperatura $^\circ\text{C}$						
	80	100	120	140	160	180	200
10	3,06	3,28	3,52	3,75	—	—	—
60	3,00	3,21	3,44	3,66	3,90	4,19	4,57

Tabla 31
Capacidad calorífica específica de gases
($c_p, 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{grad}$ siendo la presión igual a 1 atm)

Temperatura, $^\circ\text{C}$	Oxígeno		Aire		Gas carbónico		Vapor de agua		Alcohol etílico	
	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$	c_p	$\frac{c_p}{c_v}$
0	0,9149	1,397	1,006	1,400	0,8148	1,301	—	—	1,341	1,16
100	0,934	1,385	1,010	1,397	0,9136	1,260	1,103	1,28	1,689	1,12
200	0,964	1,37	1,027	1,390	0,9927	1,215	1,978	1,30	2,011	1,10
300	0,9948	1,353	1,048	1,378	1,057	1,217	2,015	1,29	2,321	1,08
600	1,069	1,321	1,115	1,345	1,192	1,188	2,208	1,26	3,168	1,06

Tabla 32
Calor específico de evaporación

Sustancia	A la temperatura, $^\circ\text{C}$	$r, 10^3 \text{ J/kg}$
Ácido nítrico	—	482
Ácido sulfúrico	—	512
Aire (20 % de O_2)	—	213
Cloroformo	61,2	247
Freón-11 (CFCl_3)	0	189

Tabla 32 (continuación)

Sustancia	A la temperatura, °C	r , 10^3 J/kg
Freón-12 (CFC12)	0	155
Gasolina	50—120	230—314
Glicerina	100	828
Keroseno	160—230	210—230
Naftalina	220	316

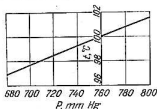


Fig. 22. Temperatura de ebullición del agua en función de la presión atmosférica.

Tabla 33

Calor específico de evaporación a diferentes temperaturas
(r , 10^4 J/kg)

t , °C	Alcoholes			Éter etilico	Ácido acético	Benceno
	metílico	etilico	propílico			
0	122	92,7	—	38,8	—	—
20	119	92,5	—	36,7	—	—
40	116	92,0	—	34,7	—	—
60	113	89,4	—	32,9	—	—
80	109	86,6	72,6	30,8	—	40,1
100	103	82,7	68,8	28,7	—	38,3
120	97,4	77,3	64,2	26,1	—	36,3
140	90,6	71,7	59,8	23,4	—	34,7
160	83,1	65,8	54,1	19,3	—	33,1
180	74,3	58,4	48,8	13,4	—	31,3
200	68,8	48,7	42,9	—	—	28,8
220	47,2	—	35,8	—	—	26,1
240	—	16,9	25,6	—	—	22,7
260	—	—	14,1	—	—	18,4
280	—	—	—	—	—	11,5

Tabla 34

Calor específico de evaporación del ácido carbónico
a diferentes temperaturas

Temperatura, °C	r , 10^3 J/kg	Temperatura, °C	r , 10^3 J/kg
—50	338	0	237
—40	320	20	155
—30	304	30	63
—10	262	31,1	0,0

Tabla 35

Temperatura de fusión T_{fus} en el punto triple,
calor de fusión λ , temperatura de ebullición T_{eb} a presión normal,
y calor de evaporación r de gases líquidos

Gas líquido	T_{fus} , °K	λ , J/g·mol	T_{eb} , °K	r , J/g·mol
Aire	60	—	81	6080
Argón	83,8	1180	87,3	6610
Fluor	55,2	1520	85,2	6460
Gas carbónico	216,4	7950	194,7	16300
	(para 5 atm)		(sublimación)	
Helio	—	14	4,2	93,8
Hidrógeno	14,0	117	20,4	944
Neón	24,6	366	27,1	1770
Nitrógeno	63,2	713	77,3	5530
Oxígeno	54,4	445	90,2	6840

Observación. El calor de fusión corresponde a la temperatura de fusión en el punto triple; el calor de evaporación, a la temperatura de ebullición, siendo normal la presión.

Tabla 36

Densidad, temperatura de solidificación y temperatura de ebullición de la solución acuosa de sal común en el caso de diferentes concentraciones y la presión normal

Densidad de solución a 15° C e, 10 ³ kg/m ³	Contenido de NaCl, kg en 100 kg de agua	Temperatura de solidificación, °C	Temperatura de ebullición, °C
1,01	1,5	-0,9	100,2
1,02	3,0	-1,8	100,4
1,03	4,5	-2,6	100,6
1,04	5,9	-3,5	100,8
1,05	7,5	-4,4	101,2
1,06	9,0	-5,4	101,4
1,07	10,6	-6,4	101,7
1,08	12,3	-7,5	102,0
1,09	14,0	-8,6	102,3
1,10	15,7	-9,8	102,7
1,11	17,5	-11,0	103,1
1,12	19,3	-12,2	103,5
1,13	21,2	-13,6	103,9
1,14	23,1	-15,1	104,4
1,15	25,0	-16,0	104,9
1,16	26,9	-18,2	105,4
1,17	29,0	-20,0	105,9
1,18	30,1	-21,2	106,2

Tabla 37

Temperaturas de ebullición máximas de las soluciones acuosas de sales a presión normal

Sustancia	Concentración de la sustancia, kg en 100 kg de agua a temperatura de ebullición	t _e , °C
Ba (NO ₃) ₂	27,5	101,7
CaCl ₂	305	178
K ₂ SO ₄	82,2	104,2
KI	220	185
LiCl	151	168
NaCl	40,7	108,8
NaNO ₃	222	120

Observación. Se dan tales concentraciones para las cuales las temperaturas de ebullición de las soluciones son máximas.

Tabla 38

Propiedades de aguas pesada y ligera

	t _{fund} , °C	Temperatura de densidad máxima	t _{eb} , °C	Temperatura crítica, °C	Presión crítica, atm	Densidad en estado crítico, e, 10 ³ kg/m ³	Densidad máxima, e, 10 ³ kg/m ³
Agua ligera	0	3,98	100	374,15	225,65	0,315	1
Agua pesada	3,82	11,23	101,43	371,5	218	0,353	1,106

Tabla 39

Parámetros críticos

Sustancia	t _{cr} , °C	p _{cr} , atm	e _{cr} , 10 ³ kg/m ³
Acetona	235	47	0,268
Acido acético	321,6	57,2	0,351
Acido carbónico	31,1	73	0,460
Agua	374,15	225,65	0,315
Alcohol etílico	243,1	63,1	0,276
Alcohol metílico	240	78,7	0,272
Alcohol propílico	263,7	49,95	0,273
Benceno	288,6	47,7	0,304
Helio	-267,9	2,26	0,069
Hidrógeno	-239,9	12,8	0,031
Metano	-82,5	45,8	0,162
Nafaleno	468,2	39,2	0,311
Nitrógeno	-147,1	33,5	0,430
Oxígeno	-118,8	49,1	0,031
Tolueno	320,6	41,6	0,292

Tabla 40

Temperatura y presión para puntos triples de algunas sustancias

Sustancia	T, °K	$10^5 p, \text{N/m}^2$	Sustancia	T, °K	$10^5 p, \text{N/m}^2$
Nitrógeno ...	63,15	0,1253	Agua	273,16	0,0061
Óxígeno	54,33	0,00152	Amoníaco ...	195,3	0,0605
Neón	24,36	—	Ácido carbónico ...	216	5,18
Parahidrógeno	13,81	0,0704			

Tabla 41

Propiedades del vapor de agua saturado

Presión, kgf/cm ²	Temperatura, °C	Volumen específico, m ³ /kg	Calor de evaporación específico r, 10 ³ J/kg
0,006	0	207	2500
0,02	17,2	63,3	2437
0,1	45,4	14,96	2388
0,2	59,7	7,8	2360
0,4	75,4	4,071	2322
0,6	85,45	2,785	2297
0,8	93,0	2,127	2278
0,9	96,2	1,905	2269
1	99,1	1,726	2262
1,0333	100	1,674	2260
1,23	105	1,42	2242
1,8	116,3	0,996	2215
2	119,6	0,902	2206
3	132,9	0,617	2168
4	142,9	0,4708	2137
5	151,1	0,3818	2111
6	158,1	0,3214	2088
7	164,2	0,2778	2067
8	169,6	0,2448	2048
9	174,5	0,2189	2031
10	179,0	0,1980	2014
12	187,1	0,1663	1984
14	194,1	0,1434	1956
16	200,4	0,1261	1930
18	206,2	0,1125	1907
20	211,4	0,1015	1882
30	232,8	0,0679	1790
40	249,2	0,0506	1712
56,1	270	0,0356	1605
75,9	290	0,0255	1480
101	310	0,0183	1320
131	330	0,0130	1140
169	350	0,00881	893
215	370	0,00493	440
225,2	374	0,00347	113
225,63	374,15	0,00326	0

Tabla 42

Coeficiente de dilatación cúbica de los líquidos
(para temperaturas de unos 18° C)

Sustancia	$10^{-4} \beta, \text{grad}^{-1}$	Sustancia	$10^{-4} \beta, \text{grad}^{-1}$
Acetona	14,3	Anilina	8,5
Ácido nítrico	12,4	Benceno	10,6
Agua a 5—10°	0,53	Bisulfato de carbono ..	11,9
Agua a 10—20°	1,50	Cloroformo	12,8
Agua a 20—40°	3,02	Eter etílico	16,3
Agua a 40—60°	4,58	Glicerina	5,0
Agua a 60—80°	5,87	Keroseno	10,0
Aguarrás	9,40	Mercurio	1,8
Alcohol etílico	11,0	Petróleo	9,2
Alcohol metílico	11,9	Tolueno	10,8
Alcohol propílico	9,8		

Tabla 43

Coeficiente de dilatación lineal de los sólidos
(para temperaturas de unos 20° C)

Sustancia	$10^{-6} \alpha, \text{grad}^{-1}$	Sustancia	$10^{-6} \alpha, \text{grad}^{-1}$
Acero-3 (marea 20) ..	11,9	Hierro fundido	10,2
Acero inoxidable	11,0	Invar (36,1 % Ni) ...	0,9
Aluminio platino		Iridio	6,5
Aluminio	8,7	Latón	18,9
Aluminio	22,9	Madera, en dirección de la fibra	2—6
Arrabio	10,4	Madera, perpendicularmente a la fibra	50—60
Bismuto	13,4	Magnesio	25,1
Bronce	17,5	Mampostería de ladrillo	5,5
Carbono (grafito), ...	7,9	Níquel	13,4
Cemento y hormigón ..	12,0	Oro	14,5
Cinc	30,0	Plata alemana	18,4
Cobre	16,7	Platino	8,9
Constantán	17,0	Plástico vinílico	70
Cuarzo (fundido)	0,5	Plomo	28,3
Diamante	0,91	Porcelana	5,0
Duraluminio	22,6	Vidrio ordinario	8,5
Ebonita	70	Vidrio Pyrex	3
Estatío	21,4	Volkramio	4,3
Granito	8,3		
Hielo (de -10 a 0° C)	50,7		
Hierro forjable	11,9		

Tabla 44

Coefficiente de dilatación lineal a diferentes temperaturas
(α , 10^{-6} grad $^{-1}$)

Material	Temperatura, °K				
	0	40	100	200	300
Acero inoxidable	0	-0,2	8	13,5	16
Acero pobre en carbono	0	0,5	5	10	11,5
Aluminio	0	1	11	19,5	23
Cobre	0	1	9,5	15	17,5
Plástico fluorocarbónico-4	0	35	55	95	282
Titanio	0	0,5	4	7	8,5
Vidrio (Pyrex)	0	-0,5	1,6	2,5	3,2

Tabla 45

Tensión superficial de los líquidos
(a 20° C)

Sustancia	10^{-3} N/m	Sustancia	10^{-3} N/m
Aceto de oliva	33,06 (18° C)	Alcohol propílico	23,8
Aceto de ricino	36,4 (18° C)	Anilina	42,9
Acetona	23,7	Benceno	29,0
Acido acético	27,8	Eter etílico	16,9
Acido nítrico	59,4	Glicerina	59,4
Acido sulfúrico 85 %	57,4	Keroseno	28,9 (0° C)
Agua	72,8	Nitrobenzeno	43,9
Alcohol etílico	22,8	Petróleo	26
Alcohol metílico	22,6	Tolueno	28,5

Tabla 46

Tensión superficial del agua y alcohol etílico
a diferentes temperaturas
(α , 10^{-3} N/m)

Sustancia	Temperatura, °C					
	0	30	60	90	120	150
Agua	75,6	71,18	66,18	60,75	54,9	48,63
Alcohol etílico	24,4	21,9	19,2	16,4	13,4	10,1

Tabla 46 (continuación)

Sustancia	Temperatura, °C				
	180	210	240	300	370
Agua	42,25	35,4	28,57	14,40	0,47
Alcohol etílico	6,7	3,3	0,1	—	—

Tabla 47

Tensión superficial de los metales en estado líquido

Metal	Temperatura, °C	α , 10^{-3} N/m
Aluminio	750	520
Bismuto	300	376
	400	370
	500	363
Estaño	300	526
	400	518
	500	510
Mercurio	20	465
	112	454
	200	436
	354	405
Plomo	350	442
	450	438
	500	431
Potasio (en atm CO ₂)	64	410
Sodio	100	206,4
	250	199,5

Tabla 48

Coefficiente de la conductibilidad térmica de los materiales

Sustancia	Humedad en peso, %	λ , W/m·grad
Metales		
Acero	—	45,4
Aluminio	—	209,3
Arrabio	—	62,8

Tabla 48 (continuación)

Sustancia	Humedad en peso, %	λ , W/m·grad
Metales		
Cobre	—	389,6
Hierro	—	74,4
Latón	—	85,5
Mercurio	—	29,1
Oro	—	312,8
Plata	—	418,7
Materiales termoisoladores		
Algodón de vidrio	—	0,035—0,081
Cartón de amianto	Secado al aire	0,157
Escoria de caldera	Secado al aire	0,233—0,372
Filtro de amianto	Secado al aire	0,052—0,093
Filtro de lana	Secado al aire	0,047—0,058
Hormigón celular	Secado al aire	0,07—0,32
Mopos	—	0,038
Papel de amianto	Secado al aire	0,177—0,134
Placas de junco prensado	Secadas al aire	0,105
Placas de turba	—	0,047—0,07
Plástico alveolar	Secado al aire	0,043—0,058
Vidrio espumoso	Secado al aire	0,073—0,107
Otros materiales		
Arellita	15—20	0,7—0,93
Barniz de baquelita	—	0,29
Cartón	Secado al aire	0,14—0,35
Cuero	Secado al aire	0,14—0,16
Eucalido	6—8	0,791
Granito	—	3,14
Grava	Secada al aire	0,36
Hielo	—	2,21
Hormigón armado	8	1,55
Hormigón con grava	8	1,28
Hormigón de escorias	13	0,698
Mampostería de ladrillo	Secada al aire	0,67—0,87
Nieve apelmazada	—	0,35
Nieve que empezó a derretirse	—	0,64
Nieve recién caída	—	0,105
Papel ordinario	Secado al aire	0,14
Pino, en dirección de la fibra	8	0,35—0,41
Pino, perpendicular al sentido de la fibra	8	0,14—0,16
Placas de corcho	0	0,042—0,054
Plástico fluorocarbónico-3	—	0,058
Plástico fluorocarbónico-4	—	0,233
Plástico vinílico	—	0,126
Roble, en dirección de la fibra	6—8	0,35—0,43
Roble, perpendicular al sentido de la fibra	6—8	0,2—0,21
Vidrio ordinario	—	0,74

Coefficiente de conductibilidad térmica de asbesto a diferentes temperaturas
($\rho = 576 \text{ kg/m}^3$)

t , °C	0	50	100	150
λ , W/m·grad	0,15	0,18	0,195	0,205

Tabla 50

Coefficiente de conductibilidad térmica del hormigón celular a diferentes temperaturas
($\rho = 400 \text{ kg/m}^3$)

t , °C	—18	65	90	126	160
λ , W/m·grad	0,11	0,11	0,125	0,17	0,175

Tabla 51

Coefficiente de conductibilidad térmica de los líquidos para distintas temperaturas
(por la línea de saturación, W/m·grad)

Sustancia	Temperatura, °C		
	0	50	100
Aceite de ricino	0,184	0,177	0,172
Aceite de vaselina	0,126	0,122	0,119
Acetona	0,17	0,16	0,15
Agua	0,551	0,648	0,683
Alcohol etílico	0,188	0,177	—
Alcohol metílico	0,214	0,207	—
Anilina	0,19	0,177	0,167
Glicerina	—	0,138	0,126
Glicérol	—	0,283	0,288
Tolueno	0,142	0,129	0,119

Tabla 48 (continuación)

Sustancia	Humedad en peso, %	λ , W/m·grad
Metales		
Cobre	—	389,6
Hierro	—	74,4
Latón	—	85,5
Mercurio	—	29,1
Oro	—	312,8
Plata	—	418,7
Materiales termoisoladores		
Algodón de vidrio	—	0,035—0,081
Cartón de amianto	Secado al aire	0,157
Escoria de caldera	Secada al aire	0,233—0,372
Feltro de amianto	Secado al aire	0,052—0,093
Feltro de lana	Secado al aire	0,047—0,058
Hormigón celular	Secado al aire	0,07—0,32
Mipora	—	0,038
Papel de amianto	Secado al aire	0,177—0,134
Placas de juteo prensado	Secadas al aire	0,105
Placas de turba	—	0,047—0,07
Plástico alveolar	Secado al aire	0,043—0,058
Vidrio espumoso	Secado al aire	0,073—0,107
Otros materiales		
Arcilla	15—20	0,7—0,93
Barniz de baquelita	—	0,29
Cartón	Secado al aire	0,14—0,35
Cuero	Secado al aire	0,14—0,16
Ebanizado	6—8	0,791
Granito	—	3,14
Grava	Secada al aire	0,36
Hielo	—	2,21
Hormigón armado	8	1,55
Hormigón con grava	8	1,28
Hormigón de escorias	13	0,698
Mampostería de ladrillo	Secada al aire	0,67—0,87
Nieve apelmazada	—	0,35
Nieve que empezó a derretirse	—	0,64
Nieve recién caída	—	0,105
Papel ordinario	Secado al aire	0,14
Pino, en dirección de la fibra	8	0,35—0,41
Pino, perpendicular al sentido de la fibra	—	0,14—0,16
Placas de corcho	0	0,042—0,054
Plástico fluorocarbónico-3	—	0,058
Plástico fluorocarbónico-4	—	0,233
Plástico vinílico	—	0,126
Roble, en dirección de la fibra	6—8	0,35—0,43
Roble, perpendicular al sentido de la fibra	—	0,2—0,21
Vidrio ordinario	6—8	0,74

Coefficiente de conductibilidad térmica de asbesto a diferentes temperaturas
($\rho = 576 \text{ kg/m}^3$)

t , °C	0	50	100	150
λ , W/m·grad	0,15	0,18	0,195	0,205

Tabla 50

Coefficiente de conductibilidad térmica del hormigón celular a diferentes temperaturas
($\rho = 400 \text{ kg/m}^3$)

t , °C	-18	65	90	126	160
λ , W/m·grad	0,11	0,11	0,125	0,17	0,175

Tabla 51

Coefficiente de conductibilidad térmica de los líquidos para distintas temperaturas
(por la línea de saturación, W/m·grad)

Sustancia	Temperatura, °C		
	0	50	100
Acetate de ricino	0,184	0,177	0,172
Acetate de vaselina	0,126	0,122	0,119
Acetona	0,17	0,16	0,15
Agua	0,551	0,648	0,683
Alcohol etílico	0,188	0,177	—
Alcohol metílico	0,214	0,207	—
Anilina	0,19	0,177	0,167
Benceno	—	0,138	0,126
Glicerina	—	0,283	0,288
Tolueno	0,142	0,129	0,119

Tabla 52

Coefficiente de conductibilidad térmica de los gases a la presión normal

Sustancia	Temperatura, °C	$\lambda, 10^{-4} \text{ W/m} \cdot \text{grad}$
Aire	20	257
Argón	41	187
Gas carbónico	20	162
Helio	43	1558
Hidrógeno	15	1754
Metaño	0	307
Nitrógeno	15	251
Oxígeno	20	262

Tabla 53

Coefficientes térmicos de la presión de gases

Gas	Nitrógeno	Amoníaco	Hidrógeno	Aire en CO ₂	Helio	Oxígeno	Gas carbónico
$\alpha, 10^{-3} \text{ grad}^{-1}$	3,674	3,802	3,662	3,674	3,660	3,674	3,726

Tabla 54

Atmósfera normalizada

(p_0 y ρ_0 son presión y densidad del aire en las condiciones normales)

Altura, m	Presión, p/p_0	Densidad, ρ/ρ_0	Temperatura, °C	Altura, m	Presión, p/p_1	Densidad, ρ/ρ_1	Temperatura, °C
0	1	1	15	6 000	0,465	0,538	-24
1 000	0,887	0,907	8,5	7 000	0,405	0,481	-30,5
2 000	0,784	0,822	2	8 000	0,351	0,428	-37
3 000	0,692	0,742	-4,5	9 000	0,303	0,381	-43
4 000	0,608	0,669	-11	10 000	0,261	0,337	-50
5 000	0,533	0,601	-17,5				

Tabla 55

Coefficiente de difusión de los gases y vapores en el aire
(a 0° C y la presión igual a 760 mm Hg)

Gas	$D, 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	Gas	$D, 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
Acetileno	0,19	Gas carbónico	0,14
Acido acético	0,107	Gasolina para aviación	0,079
Alcohol etílico	0,10	Hidrógeno	0,64
Alcohol metílico	0,13	Metaño	0,2
Amoníaco	0,3	Oxígeno	0,18
Benceno	0,078	Tolueno	0,07
Bisulfuro de carbono	0,09	Vapor de agua	0,21
Eter etílico	0,08		

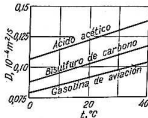


Fig. 23. Relación entre el coeficiente de difusión de gases y vapores en el aire y la temperatura.

Tabla 56

Diámetros gascinéticos de las moléculas

Sustancia	Diámetro $d, 10^{-10} \text{ m}$	Sustancia	Diámetro $d, 10^{-10} \text{ m}$
Argón	3,6	Metaño	4,44
Cloro	5,44	Monóxido carbónico	3,70
Criptón	3,14	Neón	3,54
Gas carbónico	4,54	Nitrógeno	3,7
Helio	2,15	Oxígeno	3,56
Hidrógeno	2,7	Xenón	4,0
Mercurio	3,0		

Tabla 57

Coefficiente de difusión de las soluciones
acuosas en agua pura

Sustancia	$t, ^\circ\text{C}$	Concentración de la solución	$D_s, 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
Acido clorídrico	19,2	0,10	2,56
		0,90	3,04
		3,20	4,5
Acido nítrico	19,5	0,10	2,4
		0,90	2,62
		3,90	2,85
Acido sulfúrico	18	0,35	1,53
		2,85	1,85
		4,85	2,20
Alcohol etílico	11	0,05	0,84
		0,25	0,8
		0,75	0,72
		3,75	0,52
Amoníaco	12	1,0	1,64
		4	3,55
		3,75	1,23
Azúcar de caña	18,5	0,30	0,36
		0,97	0,28
		1,97	0,50
Caparrosa azul	17	0,10	0,45
		0,50	0,34
		1,95	0,27
Cloruro de calcio	10	0,27	0,79
		2,0	0,79
Cloruro de potasio	17,5	0,02	1,57
		18	1,0
		3,8	1,54
Cloruro sódico	15	0,02	1,09
		0,1	1,09
		0,9	1,12
		3,9	1,18
Glicerina	10,14	0,125	0,412
		0,875	0,396
		1,75	0,347
Nitrito de plata	12	0,02	1,19
		0,10	1,13
		0,90	1,02
		3,9	0,61

Tabla 58

Constantes de Van der Waals

Sustancia	$a, 10^4 \frac{\text{J}\cdot\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{mol}^2}$	$b, 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{mol}}$
Acetona	14,1	98,5
Agua	5,55	30,5
Alcohol etílico	12,2	840
Alcohol metílico	15,2	67
Alcohol propílico	15	101
Amoníaco	4,22	37,2
Argón	1,36	32,3
Benceno	18,2	115
Criptón	2,34	39,9
Eter etílico	17,5	134
Helio	0,035	23,8
Hidrógeno	2,47	26,6
Mercurio	8,2	16,7
Metano	2,28	27,1
Neón	0,22	17,1
Nitrógeno	1,41	39,2
Oxígeno	1,38	31,8
Propano	0,88	84,5
Xenón	4,15	51

Tabla 59

Calor específico de combustión

El calor de combustión que se determina sin tomar en consideración las pérdidas relacionadas con la evaporación del agua que contiene el combustible, se llama *calor máximo* $W_{\text{máx}}$, y teniendo en cuenta estas pérdidas, *calor mínimo* $W_{\text{mín}}$

Combustible	$W_{\text{máx}}, 10^4 \text{ J/kg}$	$W_{\text{mín}}, 10^4 \text{ J/kg}$
<i>Sólido</i>		
Antmelta (tipo "A")	320—340	190—270
Carbón lignitoso	290—290	100—170
Carbón vegetal (seco)	300	—
Dinamita de 75 %	—	54
Hulla de llama larga (D)	310—320	210—240
Leña	190	100
Piroesquistos	270—330	63—84
Pólvora	—	10—31
Turba	220—250	84—110

Tabla 59 (continuación)

Combustible	$W_{máx.}$ 10^6 J/kg	$W_{mín.}$ 10^6 J/kg
<i>Líquido</i>		
Alcohol etílico	—	272
Combustible diesel para automóviles y tractores	—	427
Gasolina de alta calidad	—	441
Gasolina de III clase	—	436
Keroseno comercial	—	430
Mazut	—	390—410
<i>Gaseoso</i>		
Gas de alumbrado	—	175—210
Gas de hornos de coque	—	160—190
Gas natural	—	360
Hidrógeno	—	110
Monóxido carbónico	—	130

Tabla 60

Tabla psicrométrica de la humedad relativa del aire

Lecturas del termómetro seco, °C	Diferencia entre las lecturas del termómetro seco y húmedo, °C										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	100	81	63	45	28	11	—	—	—	—	—
2	100	84	68	51	35	20	—	—	—	—	—
4	100	85	70	56	42	28	14	—	—	—	—
6	100	86	73	60	47	35	23	10	—	—	—
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	—	—
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4	—
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	—
14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17	9
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	50	45	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39

Observación. La humedad relativa se determina por medio de un psicrómetro compuesto de dos termómetros: seco y con un recipiente cubierto de tela húmeda. Para determinar la humedad relativa por medio de la tabla 60 se debe tomar la columna que corresponde a la diferencia entre las lecturas del termómetro seco y el con recipiente, así como la línea que corresponde a las lecturas del termómetro seco.

CAPÍTULO III

OSCILACIONES MECÁNICAS Y ONDAS

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

1. Oscilaciones armónicas

En la Física y Técnica recibe el nombre de *movimiento oscilatorio* (o de *oscilaciones*) tales formas de movimiento (o cambio de estado) que en mayor o menor grado se repiten.

Si la oscilación se caracteriza sólo por el cambio de las magnitudes mecánicas (de desplazamiento, velocidad, densidad, aceleración, etc.), ella se llama *mecánica*.

Se llama *oscilación periódica* el movimiento oscilatorio en que el valor de cada magnitud que varía se repite ilimitado número de veces al cabo de intervalos de tiempo iguales. El intervalo mínimo T al cabo del cual se repite cada valor de la magnitud que se varía se llama *período de oscilación*.

La magnitud $\nu = 1/T$ se llama *frecuencia* de las oscilaciones periódicas. La frecuencia ν se mide en hertzios (ciclos por segundo); 1 hertzio (Hz) es la frecuencia de tal oscilación periódica cuyo período es igual a 1 segundo.

Se llama *oscilación armónica* tal variación periódica de una magnitud que puede ser descrita por la ley senoidal (o cosenoidal):

$$x = A \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.1)$$

La magnitud positiva A en la fórmula (3.1) lleva el nombre de *amplitud* de oscilación armónica; la $(\omega t + \varphi)$, la *fase* de oscilación armónica; φ , la *fase inicial*; ω , la *frecuencia cíclica* (o *circular*):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (3.2)$$

La fase de oscilación armónica determina el valor de la magnitud variable en el instante dado (siendo el valor de la amplitud igual a la unidad). La fase se mide en unidades angulares (radianes o grados). La frecuencia cíclica se mide en radianes por segundo (rd/s).

Como ejemplo de oscilaciones armónicas puede servir el movimiento de una proyección de la boquilla que gira uniformemente por la circunferencia a velocidad angular ω (fig. 24). Para las boquillas 1 y 2 el desplazamiento de proyecciones son iguales respectivamente:

$$x_1 = R \sin \alpha = R \sin \omega t,$$

$$x_2 = R \sin (\alpha + \varphi) = R \sin (\omega t + \varphi).$$

Las oscilaciones cuyas frecuencias son iguales, pero las fases iniciales son distintas, se llaman *desplazadas en fase*.

Desfase (o *diferencia de fase*) se llama la diferencia entre las fases iniciales. El desfase de dos oscilaciones, cuya frecuencia es igual, no depende del comienzo escogido del cálculo de tiempo. Por ejemplo, el desfase para las proyecciones de boquillas 1 y 2 (fig. 24) para todo comienzo de lectura de tiempo es igual a φ .

Las oscilaciones armónicas de un cuerpo surgen en el momento cuando éste experimenta la acción por parte de una fuerza cuasielástica. Se llaman *fuerzas cuasielásticas* las fuerzas que no son elásticas por su naturaleza, sino su magnitud es proporcional al desplazamiento del cuerpo respecto a la posición de equilibrio; estas fuerzas siempre están orientadas a la posición de equilibrio. La expresión matemática para la fuerza cuasielástica tiene la forma

$$F = -kx, \quad (3.3)$$

donde k es el coeficiente de proporcionalidad denominado *el coeficiente de la fuerza cuasielástica*, x es el desplazamiento; el signo menos indica que la fuerza está orientada hacia la posición de equilibrio.

Todas las formas de las oscilaciones periódicas se puede presentar de una suma de oscilaciones armónicas*.

* En el análisis matemático se demuestra que cualquiera oscilación periódica puede ser representada en forma de una infinita suma de oscilaciones armónicas, es decir, de así llamada serie armónica.

2. Péndulos

Se llama *péndulo físico* todo cuerpo que se encuentra suspendido de tal modo que su centro de gravedad está más bajo que el punto de suspensión. El cuerpo suspendido de dicho modo es capaz de efectuar oscilaciones. El péndulo se denomina *simple* (o *matemático*) si se puede considerar que toda la masa del cuerpo se encuentra en un punto. Un cuerpo suspendido en un hilo no elástico puede servir de realización bastante exacta del péndulo matemático, en este caso el rozamiento con el aire y en el punto de suspensión es muy pequeño, y las dimensiones del cuerpo son pequeñas en comparación con la longitud del hilo. Las oscilaciones del péndulo matemático, siendo pequeños los ángulos de desviación, pueden ser consideradas armónicas. Todas las fórmulas que se dan a continuación se refieren precisamente a dichas oscilaciones.

El período del péndulo matemático es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (3.4)$$

donde l es la longitud del péndulo, g es la aceleración de la fuerza de gravedad.

Las oscilaciones de un peso suspendido en un resorte pueden ser consideradas armónicas, si la amplitud de oscilaciones se encuentra entre los límites de validez de la ley de Hooke (véase la pág. 47), mientras las fuerzas de rozamiento son suficientemente pequeñas.

El período de oscilaciones de un peso es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (3.5)$$

donde m es la masa del peso, k es el coeficiente de la elasticidad del resorte numéricamente igual a la fuerza necesaria para extender el resorte en 1 cm*.

Un *péndulo de torsión* es un cuerpo que efectúa movimiento giratorio-oscilatorio debido a la acción de un muelle (por ejemplo, balancín del reloj de pulsera y del despertador). A las condiciones determinadas (la amplitud de oscilaciones es bastante pequeña, y además son suficiente pequeñas las fuerzas de rozamiento) estas

* La fórmula (3.5) es justa no sólo para las oscilaciones de un peso suspendido en un resorte, sino en total para todos los casos en que es válida la correlación (2.3).

oscilaciones es posible considerar armónicas. El período de oscilaciones del péndulo de torsión es:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}, \quad (3.6)$$

donde J es el momento de inercia de un cuerpo respecto al eje de rotación, D es la rigidez de torsión, la cual es igual numéricamente al momento de torsión necesario para que el cuerpo gire a la unidad del ángulo.

El período de oscilaciones del péndulo físico es:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}, \quad (3.7)$$

donde J es el momento de inercia de un cuerpo respecto al eje que pasa a través del punto de suspensión, a es la distancia desde el centro de gravedad hasta este eje, m es la masa del cuerpo, g es la aceleración de la fuerza de gravedad.

La magnitud $l=J/mga$ lleva el nombre de *longitud reducida de un péndulo físico* que es igual a la longitud de tal péndulo matemático, cuyo período de oscilaciones coincide con el período de oscilaciones del péndulo físico dado.

3. Oscilaciones libres y forzadas

Las oscilaciones que efectuará un cuerpo sacado de cierto modo del estado de equilibrio y dejado a sí mismo se llaman *oscilaciones libres* (o *propias*).

Si las oscilaciones propias del cuerpo se deben sólo a la fuerza cuasielástica, entonces ellas son armónicas.

Las oscilaciones de un cuerpo en función de la acción simultánea de la fuerza cuasielástica y de la fuerza de rozamiento (que es proporcional a la velocidad instantánea: $F_r = -rv^*$, donde v es

* El signo menos quiere decir que los vectores de la velocidad y la fuerza están dirigidos en el sentido opuesto.

la velocidad) se llaman *oscilaciones amortiguadas*. En el caso de oscilaciones amortiguadas el desplazamiento es:

$$x=Ae^{-\delta t}\sin(\omega t+\varphi). \quad (3.8)$$

La magnitud positiva A se llama *amplitud inicial*, δ es el *factor de amortiguamiento*, $Ae^{-\delta t}$ es el *valor instantáneo de la amplitud*, ω es la *frecuencia cíclica*, e es la base de logaritmos naturales;

$$\delta=r/2m \quad (3.9)$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{r^2}{4m^2}}, \quad (3.10)$$

donde r es el *coeficiente de resistencia*, m es la masa del cuerpo, k es el *coeficiente de la fuerza cuasielástica*.

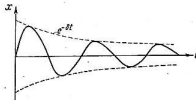


Fig. 25. Oscilaciones amortiguadas.

Las oscilaciones amortiguadoras se representan por una curva mostrada en la fig. 25.

Las oscilaciones de un cuerpo surgidas bajo la acción de una fuerza externa periódica sobre este cuerpo, se llaman *oscilaciones forzadas*. La amplitud de las oscilaciones forzadas aumenta bruscamente si el período de la fuerza externa senoidal se aproxima al período de oscilaciones propias del cuerpo (fig. 26). Este fenómeno lleva el nombre de *resonancia*.

Si las fuerzas de rozamiento son grandes (la amortiguación es grande), entonces la resonancia está debilmente expresada (véase la fig. 26) o no se expresa (por ejemplo siendo $r/2m\omega_0 \gg 1$).

Las oscilaciones inamortiguadas que se mantienen debido a la acción de las fuerzas externas sobre el sistema en los intervalos

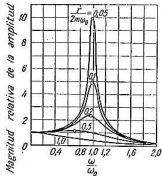


Fig. 25. Curvas de resonancia en el caso de amortiguaciones diferentes. En el eje de ordenadas van marcados los valores relativos de la amplitud de desplazamiento $\frac{B}{F_0/k}$, donde B es la amplitud de desplazamiento, F_0/k es el desplazamiento estático igual al desplazamiento el cual provocara la fuerza constante cuya magnitud sea igual a la amplitud de la fuerza actuante. En el eje de abscisas van marcadas las variaciones relativas de la frecuencia ω/ω_0 , donde $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ es la frecuencia de oscilaciones propias en el caso de faltar el rozamiento. Las curvas se refieren a diferentes valores $r/2m\omega_0$. Los círculos indican la posición del valor máximo de la amplitud de desplazamiento.

de tiempo y determinadas por el mismo sistema se llaman *auto-oscilaciones*.

En el caso de autooscilaciones el propio sistema dirige la acción externa (por ejemplo, péndulo de reloj).

4. Composición de oscilaciones armónicas

Si a un mismo tiempo el cuerpo efectúa dos (o más) movimientos oscilatorios, su desplazamiento resultante para cualquier intervalo de tiempo es igual a la suma vectorial de todos los desplazamientos.

Cuando se componen dos oscilaciones armónicas de iguales frecuencias y direcciones:

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2),$$

la amplitud del desplazamiento resultante A_r se encuentra según la regla de paralelogramo, como está expuesto en la fig. 27. El desplazamiento resultante para este caso es:

$$x_r = A_r \sin(\omega t + \varphi_r),$$

donde

$$A_r = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_r = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Cuando el cuerpo efectúa simultáneamente dos oscilaciones armónicas (de frecuencia igual) en las direcciones mutuamente perpendiculares, sus desplazamientos se determinan por las ecuaciones:

$$x = A_1 \sin \omega t,$$

$$y = A_2 \sin(\omega t + \varphi),$$

y la trayectoria del movimiento se describe por la ecuación de elipse (fig. 28)

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi.$$

Si $A_1 = A_2$ y $\varphi = 90^\circ$, el cuerpo se mueve por la circunferencia cuyo radio es A_1 . Cuando $\varphi = 0$ el cuerpo se mueve por la línea recta que pasa por I y III cuartos; si $\varphi = \pi$ el cuerpo se mueve por la línea recta que pasa a través de II y IV cuartos.



Fig. 27. Composición de las amplitudes de desplazamiento de oscilaciones armónicas con dirección igual.

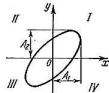


Fig. 28. Composición de oscilaciones armónicas mutuamente perpendiculares.

5. Ondas

Se llaman *ondas* el proceso de propagación de toda clase de perturbaciones (es decir, variaciones del estado).

Por ejemplo, al atestar un golpe en un extremo de una barra metálica, en este extremo se forma una compresión local que se propaga después a velocidad determinada a lo largo de la barra.

La velocidad con que se desplaza en el espacio la perturbación se llama *velocidad de onda*. La velocidad de las ondas mecánicas depende de las propiedades del medio y en algunos casos de la frecuencia. La relación entre la velocidad de propagación de la onda y la frecuencia tiene el nombre de *dispersión de velocidad*.

Cuando se propagan las ondas mecánicas las partículas del medio efectúan movimientos oscilatorios respecto a sus posiciones del equilibrio. La velocidad de tales movimientos de las partículas se denomina *velocidad oscilatoria*.

Si durante la propagación de las ondas las magnitudes que caracterizan el estado del medio (por ejemplo, la densidad, el desplazamiento de partículas, la presión, etc.) se varían en todo punto del espacio conforme a la ley senoidal, tales ondas se llaman *sinusoidales*.

La longitud de la onda es característica importante de las ondas sinusoidales. La *longitud de la onda* λ es la distancia de propagación de la onda durante un período:

$$\lambda = vT, \quad (3.11)$$

$$v = \frac{v}{\lambda}, \quad (3.12)$$

donde v es la velocidad de propagación de ondas, v es la frecuencia, T es el período.

La expresión matemática de la forma

$$x = A \sin \omega \left(t - \frac{r}{v} \right) = A \sin (\omega t - kr),$$

que describe la variación del estado del medio propagándose las ondas sinusoidales se llama *ecuación de ondas armónicas planas**.

En dicha ecuación A es la amplitud de la onda, ω es la frecuencia cíclica, r es la distancia desde la fuente de excitación de la onda hasta el punto del espacio en que se examina la variación de alguna propiedad del medio, v es la velocidad de la onda; $k = 2\pi/\lambda$ es el *número de onda*; la expresión $\omega t - kr$ lleva el nombre de la *fase de onda*.

Una superficie todos los puntos de la cual se encuentran en fase semejante se llama *superficie de onda*.

Según la forma de las superficies de onda se distinguen ondas *planas* (superficies planas de onda), *cilíndricas* (superficies cilíndricas de onda) y *esféricas* (superficies esféricas de onda).

La ecuación de las ondas cilíndricas es:

$$x = \frac{A}{\sqrt{r}} \sin (\omega t - kr);$$

* Como x se entiende cualquier parámetro que caracteriza el estado del medio (por ejemplo, la magnitud de presión, temperatura, etc.).

la de ondas esféricas es

$$x = \frac{A}{r} \sin (\omega t - kr).$$

Si las partículas del medio se desplazan en paralelo con la dirección de propagación de la onda, esta onda se llama *longitudinal*, si el desplazamiento de las partículas se efectúa en el plano perpendicular a la dirección de propagación, tal onda se llama *transversal*. En los medios líquidos y gaseosos las ondas mecánicas son longitudinales, en los sólidos las ondas pueden ser tanto longitudinales como transversales.

La velocidad de las ondas longitudinales en las barras es:

$$v_{bl} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.13)$$

donde E es el módulo de Young, ρ es la densidad.

La velocidad de las ondas longitudinales en un sólido, cuyas dimensiones transversales son mucho mayores que la longitud de la onda en propagación es:

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}}, \quad (3.14)$$

donde ρ es la densidad de una sustancia, E es el módulo de Young, μ es el coeficiente de Poisson (véase la tabla 17).

La velocidad de las ondas longitudinales en placas finas es:

$$v_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}. \quad (3.15)$$

La velocidad de las ondas longitudinales en líquidos es:

$$v_{lq} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_{cl}}}, \quad (3.16)$$

donde β_{cl} es la compresibilidad isotérmica*, $\gamma = c_p/c_v$.

* Compresibilidad, véase la pág. 48; la compresibilidad isotérmica responde al proceso de compresión que tiene lugar a la temperatura constante.

La velocidad de las ondas transversales (de cizallamiento) es:

$$v_c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (3.17)$$

donde G es el módulo de cizallamiento (véase la pág. 48).

La velocidad de ondas acústicas en gases es:

$$v_g = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \quad (3.18)$$

donde $\gamma = c_p/c_v$, p es la presión.

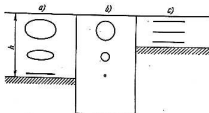


Fig. 29. Trayectorias de las partículas de agua al propagarse ondas superficiales: a) en aguas no profundas; b) en aguas profundas (la relación $2\pi h/\lambda$ es muy grande); c) a poca profundidad (la relación $2\pi h/\lambda$ es muy pequeña).

Se puede utilizar la fórmula (3.18) respecto a los gases perfectos, en este caso ella puede ser representada en forma (R y T véase la pág. 67)

$$v_g = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (3.19)$$

donde μ es el peso molecular.

Las ondas que se encuentran en la superficie de un líquido no son transversales ni longitudinales. El movimiento de las partículas del agua en las ondas superficiales es más complicado (fig. 29).

La velocidad de ondas superficiales es*:

$$v_{sup.} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\alpha}{\lambda\rho}}, \quad (3.20)$$

donde g es la aceleración de la fuerza de gravedad, λ es la longitud de onda, α es el coeficiente de la tensión superficial, ρ es la densidad.

Se puede utilizar la fórmula (3.20) si la profundidad del líquido no es menos de $0,5 \lambda$.

Cuando la profundidad del líquido h es pequeña (menos de $0,5 \lambda$),

$$v_{sup.} = \sqrt{gh}. \quad (3.21)$$

Durante la propagación de las ondas se transporta la energía, pero en este caso las partículas no se desplazan en la dirección de propagación de las ondas, sino que sólo efectúan el movimiento oscilatorio alrededor de las posiciones de equilibrio (si las ondas tienen pequeña amplitud y se propagan en el medio no viscoso). Se llama *intensidad de onda* una magnitud que es igual numéricamente a la energía media que se transporta por la onda en 1 segundo a través de 1 cm^2 de la superficie de onda.

La intensidad se mide en W/cm^2 o en $\text{erg/cm}^2 \cdot \text{s}$. La intensidad de las ondas acústicas se llama a veces *intensidad de sonido*.

Al pasar las ondas mecánicas la velocidad y la aceleración de las partículas del medio varían según la misma ley armónica que el cizallamiento.

Si la amplitud de desplazamiento de las partículas, propagándose la onda armónica plana con frecuencia cíclica ω , tiene la magnitud x_0 , la amplitud de velocidad oscilatoria tendrá valor

$$v_0 = \omega x_0, \quad (3.22)$$

la amplitud de aceleración,

$$a_0 = \omega^2 x_0, \quad (3.23)$$

la intensidad

$$I = \frac{1}{2} \rho v a_0^2, \quad (3.24)$$

donde ρ es la intensidad del medio, v es la velocidad de la onda.

* La fórmula (3.20) se emplea para las ondas en el límite de división líquido-gas, cuando la densidad del líquido es mucho mayor que la densidad de gas.

6. Sonido

Se denominan *sonido* oscilaciones mecánicas en los medios elásticos y cuerpos (sólidos, líquidos y gaseosos), cuyas frecuencias se encuentran entre los límites de 16–20 Hz a 20 000 Hz. Estas frecuencias de las oscilaciones mecánicas es capaz de percibir el oído humano. Las oscilaciones mecánicas cuyas frecuencias son inferiores a 17 Hz se llaman *infrasónicas* (o subsonicas), las mayores de 20 000 Hz, *ultrasónicas*.

Al percibir el sonido por el oído se distinguen la intensidad del sonido (volumen), la altura y el timbre. La intensidad del sonido se determina por la amplitud de las vibraciones, la altura depende de la frecuencia, el timbre, de la amplitud de vibración de sobretonos (oscilaciones en frecuencias más altas).

El cambio de la presión en el medio al propagarse las ondas acústicas, en comparación con la presión, siendo ausentes las ondas, lleva el nombre de *presión acústica*. La amplitud de la presión acústica Δp_0 está enlazada con la velocidad oscilatoria máxima por la relación

$$\Delta p_0 = \rho v_0 a. \quad (3.25)$$

La intensidad de las ondas acústicas planas disminuye debida a la absorción en el medio según la ley

$$I_x = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (3.26)$$

donde I_0 es la intensidad de las ondas que entran en el medio, I_x es su intensidad después de pasar el tramo x .

La magnitud α que determina el grado de amortiguación de las ondas acústicas se llama *coeficiente de absorción del sonido* (por amplitud).

A la intensidad del sonido, en el caso de percepción por el oído, corresponde la sensibilidad del volumen del sonido. Para la intensidad determinada mínima el oído humano no percibe el sonido. Esta intensidad mínima lleva el nombre del *umbral de audibilidad*. El umbral de audibilidad tiene diferentes valores para el sonido de distintas frecuencias. Siendo grande la intensidad, el oído experimenta sensación dolorosa. La mínima intensidad de tal sonido se llama *umbral de la sensación dolorosa*.

La variación de la sensación se mide en unidades que se llaman *decibelios*.

El número de decibelios es igual al logaritmo decimal de la relación entre las intensidades multiplicada por 10, es decir, 10 lg (I/I_0).

Por lo común en acústica por I_0 se toma la intensidad 10^{-9} erg/cm²s que es igual, aproximadamente, a la intensidad en el umbral de audibilidad con 1000 Hz.

TABLAS Y GRÁFICAS

Tabla 61

Velocidad del sonido en puros líquidos y aceites

Líquido	$t, ^\circ\text{C}$	$v, \text{m/s}$	$\alpha, \text{m/s}^2\text{-grad}$
<i>Líquidos puros</i>			
Acetona	20	1192	-5,5
Agua	25	1497	2,5
Agua de mar	17	1510—1550	—
Alcohol etílico	20	1180	-3,6
Alcohol metílico	20	1123	-3,3
Anilina	20	1656	-4,6
Benceno	20	1326	-5,2
Glicerina	20	1923	-1,8
Keroseno	34	1295	—
Mercurio	20	1451	-0,46
<i>Aceites</i>			
Aceite cadral	29	1406	—
Aceite de casahuate	31,5	1562	—
Aceite de colza	30,8	1450	—
Aceite de eucalipto	29,5	1276	—
Aceite de gasolina	34	1250	—
Aceite de linaza	31,5	1772	—
Aceite de oliva	32,5	1381	—
Aceite para huso	32	1342	—
Aceite para transformadores	32,5	1425	—
<i>Observación.</i> La velocidad del sonido en los líquidos disminuye elevándose la temperatura (a excepción del agua). Para otras temperaturas se puede calcular la velocidad según la fórmula $v_t = v + \alpha(t - t_0)$, donde v es la velocidad mencionada en la tabla, α es el coeficiente de temperatura para los líquidos puros en la última columna, t es la temperatura a la que se calcula la velocidad, t_0 es la temperatura mencionada en la tabla.			

Tabla 62

Velocidad del sonido en los materiales sólidos

(a 20° C)

(v_{1b} es la velocidad de las ondas longitudinales en barras, v_1' es la velocidad de las ondas longitudinales en el medio ilimitado, v_2 es la velocidad de las ondas transversales [de cizallamiento] en el medio ilimitado).

Material	v_{1b} , m/s	v_1' , m/s	v_2 , m/s
Acero al carbono	5030	6100	3300
Aluminio	5080	6260	3080
Artesica	—	3700—4900	—
Caliza	—	6130	3200
Caucho	—	1479	—
Cinco	3810	4170	2410
Cobre	3710	4700	2260
Corcho	500	—	—
Ebonita	1370	2405	—
Estatua	2730	3320	1670
Fibrocemento	—	5870	2800
Flint ligero	4550	4800	2950
Flint pesado	3490	3760	2220
Goma	46	1040	27
Hielo	3280	3980	1990
Hierro	5170	5850	3230
Latón	3490	4430	2123
Mármol	—	6150	3260
Mica	—	7760	2160
Níquel	4785	5630	2960
Plexiglas	—	2670	1121
Plomo	2640	3600	1390
Poliestireno	—	2350	1120
Porcelana	4884	5340	3120
Vidrio corona	5300	5660	3420
Vidrio corona pesado	4710	5260	2960
Vidrio de cuarzo	5370	5570	3515
Yeso	—	4970	2370

Tabla 63

Propiedades de la Tierra a diferentes profundidades H y velocidad de las ondas sísmicas

Las ondas mecánicas que se propagan en el espesor de la corteza de la Tierra llevan el nombre de *sísmicas*.

Las ondas sísmicas pueden ser tanto longitudinales v_1 (ondas de compresión), como transversales v_2 (ondas de cizallamiento); también van dadas la densidad ρ , la presión p , la aceleración a .

H , km	$10^3 \rho$, kg/m ³	$10^3 v_1$, m/s	v_2 , m/s	$10^{11} p$, N/m ²	a , m/s ²
33	3,32	8,18	4,63	0,009	9,85
100	3,38	8,18	4,63	0,031	9,89
200	3,47	8,29	4,63	0,065	9,92
300	3,89	9,65	5,31	0,174	9,99
1000	4,68	11,42	6,36	0,592	9,95
2000	5,24	12,79	6,93	0,88	9,86
4000	10,5	9,51	—	2,40	8,00
5000	11,5	10,44	—	3,18	6,13

Tabla 64

Velocidad del sonido en gases

(a la presión de 1 atm)

Gas	t , °C	v , m/s	v_s , m/s-gmd
Aire	0	331	0,59
Alcohol etílico	97	269	0,4
Alcohol metílico	97	335	0,46
Amoníaco	0	415	—
Benceno (vapor)	97	202	0,3
Gas carbónico	0	259	0,4
Helio	0	965	0,8
Hidrógeno	0	1284	2,2
Neón	0	435	0,8
Nitrógeno	0	334	0,6
Oxígeno	0	316	0,56
Vapor de agua	134	494	—

Observaciones. 1. La velocidad del sonido en los gases, siendo constante la presión, va aumentando elevándose la temperatura. Por eso, para calcular la velocidad a otras temperaturas se da el coeficiente de variación de la velocidad α (véase la observación para la tabla 61).

2. Para altas frecuencias (o bajas presiones) se observa la dependencia entre la velocidad del sonido y la frecuencia. Los valores mencionados se refieren a las frecuencias y presiones tales con que la velocidad no depende prácticamente de la frecuencia.

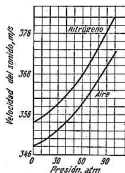


Fig. 30. Dependencia entre la velocidad del sonido en el aire y nitrógeno, y la presión. Las dependencias dadas se refieren a la temperatura de 20° C y la banda de frecuencias comprendida entre 200 kHz y 500 kHz.

Escala de ondas mecánicas

Frecuencia, Hz	Denominación	Procedimiento excitación	Observaciones
0,5—20	Infrasónicos	Vibraciones del agua en grandes estanques, latidos del corazón	Pronóstico del tiempo, diagnóstico de la enfermedad del corazón
20—2·10 ⁴	Sonidos que se perciben	Voces de hombre y animales, instrumento musical, silbidos, sirenas, altavoz, etc.	Para la comunicación y señalización, así como para medir las distancias (fonolocalización o fonotele-metría)
2·10 ⁴ —10 ¹⁰	Ultrasonidos	Emisores magnetostrictivos y piezoelectricos, pito de Galton; se excitan también por algunos animales e insectos (murciélagos, grillos, langosta, etc.)	Hidrolocalización, limpieza de las piezas, defectoscopia de las piezas y las estructuras de construcción, aceleración de las reacciones químicas, investigaciones médicas y biológicas, física molecular
10 ¹¹ y más altas	Hiper-sonidos	Vibraciones térmicas de las moléculas	En las investigaciones científicas

Intensidad del sonido y presión acústica

Decibelios	$I, W/m^2$	$dp, N/m^2$	Ejemplos de sonidos de la intensidad mencionada
0	10 ⁻¹²	0,0002	Umbral de sensibilidad del oído humano
10	10 ⁻¹¹	0,00065	Susurro de hojas. Murmullo débil a distancia de 1 m
20	10 ⁻¹⁰	0,002	Huerto silencioso
30	10 ⁻⁹	0,0065	Cuarto en que reina el silencio. Medio nivel del ruido en la sala de espectadores. Tocar el violín pianísimo.
40	10 ⁻⁸	0,02	Música plana. Ruido en habitación
50	10 ⁻⁷	0,065	Débil funcionamiento del altavoz. Ruido en un restaurante o una oficina en que están abiertas las ventanas
60	10 ⁻⁶	0,2	Radioreceptor que funciona a todo poder. Ruido en un almacén. Medio nivel de hablar a distancia de 1 m
70	10 ⁻⁵	0,645	Ruido producido por un motor del camión. Ruido en un tranvía
80	10 ⁻⁴	2,0	Calle ruidosa. Oficina de mecanografía
90	10 ⁻³	6,45	Bocina de automóvil. Una gran orquesta sinfónica toca fortísimo
100	10 ⁻²	20	Máquina de remachar. Sirena de automóvil
110	10 ⁻¹	64,5	Martinete neumático
120	1	200	Motor a reacción a una distancia de 5 m. Truenos fuertes
130	10	645	Umbral de la sensación dolorosa; el sonido ya no se percibe

Velocidad de las ondas en la superficie del agua

Siendo pequeñas las longitudes de ondas (menos de 2 cm), el papel principal juegan las fuerzas de la tensión superficial; estas ondas se llaman *capilares*.

Siendo grandes las longitudes de ondas, el papel principal juegan las fuerzas de gravedad, en este caso las ondas las llaman

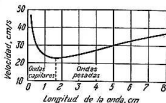


Fig. 31. Dispersión de las ondas superficiales ($h > 0,5\lambda$).

pesadas (o de gravitación). La velocidad de ondas superficiales es función de la longitud de la onda (fig. 31; la relación (3.20)), si la profundidad del líquido es bastante grande ($h > 0,5\lambda$).

Niveles de la intensidad del sonido en el caso de percepción al oído

En la fig. 32 se exponen las curvas de intensidad de los sonidos de igual volumen. La curva superior corresponde al umbral de sensación dolorosa, la inferior, al umbral de audibilidad. Los valores de frecuencia se dan en la escala logarítmica.

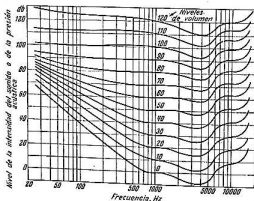


Fig. 32. Niveles de la intensidad del sonido.

Desplazamiento y aceleración de las partículas del agua al pasar las ondas acústicas de distinta intensidad

En la figs. 33 y 34 se dan los valores de amplitud de desplazamiento y aceleración calculadas según las correlaciones (3.22) y (3.23). Los cálculos se han efectuado para el valor $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Las escalas para ambos ejes son logarítmicas.

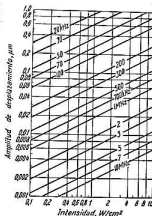


Fig. 33. Desplazamiento de las partículas de agua al propagarse las ondas acústicas.

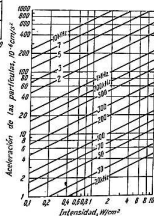


Fig. 34. Aceleraciones de las partículas de agua al propagarse las ondas acústicas.

Tabla 67

**Coefficiente de reflexión de las ondas acústicas
en la superficie divisora de distintos medios
(en caso de incidencia normal, en %)**

El coeficiente de reflexión es la relación entre las intensidades del sonido reflejado y el incidente.

Material	Alu- minio	Agua	Acero para trans- formadores	Cobre	Ni- quel	Mer- curio	Acero	Vidrio
Aluminio	0	72	74	18	24	1	21	2
Agua	0	0	0,6	87	89	75	88	65
Acero para trans- formadores			0	88	90	76	89	67
Cobre				0	0,8	13	0,3	19
Níquel					0	19	0,2	34
Mercurio						0	16	4
Acero							0	31
Vidrio								0

Observaciones. 1. El coeficiente de reflexión será el mismo tanto pasando el sonido del mercurio al acero, como pasando éste del acero al mercurio.
2. En el caso de reflejarse desde la placa el coeficiente de reflexión depende de la magnitud de la relación existente entre su espesor y la longitud de la onda.

Tabla 68

**Coefficiente de absorción del sonido en el aire
(α , 10^{-4} cm $^{-1}$ a 20° C)**

Frecuencia, kHz	Humedad relativa del aire, %				
	10	20	40	60	80
1	0,13	0,06	0,03	0,03	0,03
2	0,47	0,23	0,10	0,09	0,08
4	1,27	0,82	0,38	0,24	0,20
6	1,87	1,61	0,84	0,54	0,39
8	2,26	2,48	1,45	0,96	0,69
10	2,53	3,28	2,20	1,47	1,08

Observación. Los valores mencionados se refieren a las presiones próximas a la normal.

Tabla 69

Capacidad de los materiales para absorber los sonidos

La capacidad de absorber el sonido comprende la relación entre la energía absorbida del sonido y la energía incidente en la superficie reflectora

Material	Frecuencia, Hz					
	125	250	500	1000	2000	4000
Alfombra	0,09	0,08	0,21	0,27	0,27	0,37
Algodón de vidrio (capa de 9 cm)	0,32	0,40	0,51	0,60	0,65	0,60
Enlucido de mortero de cal	0,025	0,045	0,06	0,085	0,043	0,038
Enlucido de yeso	0,013	0,015	0,020	0,028	0,04	0,05
Filtro (de 25 mm de espesor)	0,18	0,36	0,71	0,79	0,82	0,85
Mampostería de ladrillo	0,024	0,025	0,032	0,041	0,049	0,07
Mármol	0,01	—	0,01	—	0,015	—
Revestimiento de madera	0,10	0,11	0,11	0,08	0,082	0,11
Tejido de algodón	0,03	0,04	0,11	0,17	0,24	0,35
Un solo vidrio	0,03	—	0,027	—	0,02	—

Tabla 70

Absorción del sonido en los líquidos

Líquido	t, °C	Banda de frecuencias f, MHz	$\alpha/10^{-17}$ s ^{2} /cm
Aceite de ricino	18,5	3	11 000
Acetona	25	4—20	50
Agua	20	1—200	25
Aguarrás	25	10	150
Benceno	20	1—200	850—900
Eter etílico	25	10	140
Glicerina	26	4—20	1 700
Keroseno	25	6—20	110
Mercurio	20	0,5—1000	5,5
Nitrógeno	—199	44,5	11
Petróleo	25	10	~100

Observación. Los valores mencionados se refieren a las presiones de 1 a 20 at. Con dichos valores la absorción no depende prácticamente de la presión.

Tabla 71
Absorción de las ondas acústicas en el agua del mar
(a la temperatura de 15 a 20° C)

f , kHz	20	24	100	200	230	480	940
α , 10^{-4} cm $^{-1}$	0,023	0,050	0,37	0,69	1,25	2,00	2,90

CAPÍTULO IV ELECTRICIDAD

A. CAMPO ELECTROESTÁTICO

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Hay dos clases de cargas eléctricas: positivas y negativas. Se llaman *positivas* las cargas que surgen en un cristal frotado con seda; *negativas*, las cargas que surgen en ebonita frotada con piel.

Las cargas del mismo signo se repelen, y las del signo contrario se atraen.

Los portadores de cargas negativas en el átomo son electrones, los de cargas positivas, protones que forman parte del núcleo del átomo (véase la pág. 217). La suma de las cargas positivas y negativas en un átomo es igual a cero; las cargas se distribuyen de tal modo que el átomo en total es neutral.

El proceso de electrización consiste en que las cargas negativas y positivas se distribuyen irregularmente entre los cuerpos (por ejemplo, durante la electrización por medio de frotar o en un elemento (pila voltaica), véase la pág. 133) o entre distintas partes del mismo cuerpo (por ejemplo en el caso de la inducción electrostática, véase la pág. 159).

Las cargas eléctricas no surgen ni desaparecen; pueden trasladarse de un cuerpo al otro o desplazarse en el interior del cuerpo o moléculas de átomos (*ley de conservación de las cargas eléctricas*).

Los portadores de cargas en distintos medios pueden ser electrones separados de los átomos (por ejemplo, en los metales), iones que son partes de moléculas o átomos que tienen cargas positivas y negativas (por ejemplo, en electrólitos y gases), y moliones, partículas coloidales en un líquido que tienen carga.

La magnitud de toda carga es múltipla (por la magnitud absoluta) a la carga del electrón. La carga de electrón tiene magnitud mínima; dicha mínima porción de la carga se llama carga elemental. La carga de protón por la magnitud absoluta es igual a la magnitud de la carga de electrón.

Interacción de las cargas. Campo eléctrico. La ley de la acción recíproca entre las cargas puntuales (*ley de Coulomb*) tiene la forma siguiente:

en el sistema absoluto de unidades electroestáticas (CGSE)

$$F = \frac{q_1 q_2}{e_0 r^2}, \quad (4.1)$$

en el sistema SI

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (4.2)$$

donde F es la fuerza de interacción, q_1 y q_2 son las magnitudes de cargas, e_0 es la permitividad absoluta del medio, r es la distancia entre las cargas puntuales.

El valor numérico de e_0 puede expresarse en unidades relativas (respecto al valor absoluto de permitividad del vacío ϵ_0).

La magnitud $\epsilon = \epsilon_0 / e_0$ se denomina *permitividad relativa*; ella indica cuántas veces la fuerza de acción recíproca entre las cargas en el medio homogéneo e infinito es menor que en el vacío; la magnitud $\epsilon = \epsilon_0 / e_0$ la llaman con frecuencia simplemente permitividad.

El valor numérico de la magnitud e_0 y su dimensión dependen del sistema de unidades de medición que se escoge; el valor de e_0 no depende del sistema de unidades.

En el sistema CGSE $\epsilon_0 = 1$ (esta magnitud es cuarta unidad principal); en el sistema SI

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\text{faradio}}{\text{metro}} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (4.3)$$

(en este sistema e_0 es la magnitud derivada).

En el sistema CGSE por la unidad de carga se toma la magnitud de tal carga que en el vacío ejerce una acción sobre la carga igual a ella alejada a 1 cm, con fuerza de 1 din. En el sistema SI la unidad de carga es culombio (C):

1 C = 2,99793 · 10⁹ unidades de carga CGSE ≈ 3 · 10⁹ unidades de carga CGSE.

La carga elemental $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ unidades de carga CGSE.

Si en un espacio ejercen fuerzas cuya acción está dirigida a las cargas eléctricas inmóviles, se suele decir que en este espacio existe campo eléctrico.

Los cuerpos cargados de electricidad siempre están rodeados por el campo eléctrico. El campo de cargas inmóviles lo denominan

electroestático. La intensidad del campo eléctrico en el punto dado es igual numéricamente a la fuerza que ejerce sobre la carga unitaria positiva situada en este punto:

$$E = \frac{F}{q}. \quad (4.4)$$

La intensidad es la magnitud vectorial. La dirección del vector de intensidad coincide con la dirección de la fuerza que ejerce acción sobre la carga positiva. Las intensidades de campos de dos y más distintas cargas eléctricas se suman según la regla de paralelogramo, es decir, vectorialmente (véase la introducción).

Todas las fórmulas que se aducen a continuación se dan en el sistema CGSE y SI.

La intensidad del campo eléctrico de una carga puntual es:

$$E = \frac{q}{r^2}, \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (4.5)$$

donde r es la distancia desde el punto en que se determina la intensidad hasta el punto en que se sitúa la carga q .

La intensidad del campo eléctrico del plano cargado uniformemente es:

$$E = \frac{2\pi\sigma}{\epsilon}, \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \quad (4.6)$$

donde σ es la magnitud de la carga referida a la unidad de superficie.

La intensidad del campo eléctrico del cuerpo esférico uniformemente cargado es:

$$E = \frac{q}{r^2}, \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (4.7)$$

Aquí r es la distancia desde el punto en que se determina la intensidad hasta el centro del cuerpo esférico.

La intensidad del campo eléctrico de un cilindro cargado es

$$E = \frac{q'}{er}, \quad E = \frac{q'}{2\pi\epsilon_0 er^2}. \quad (4.8)$$

donde q' es la carga referida a la unidad de longitud del cilindro, y r es la distancia desde el punto, en que se determina la intensidad hasta el eje del cilindro.

La magnitud vectorial $D = e_0 E$ se llama *inducción del campo eléctrico*.



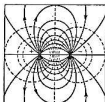
Fig. 35. Líneas de fuerza del campo de la carga eléctrica puntual.

La carga dispuesta en cualquier punto del campo eléctrico tiene energía potencial.

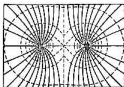
Se denomina *potencial* del punto dado la magnitud escalar igual numéricamente a la energía potencial de una carga positiva

La línea, en cada punto de la cual la tangente coincide con la dirección del vector de intensidad, se denomina *línea de fuerza del campo eléctrico*. La disposición de las líneas de fuerza en los campos eléctricos de diferente estructura va representada en las figs. 35—37.

Trabajo y tensión. Al desplazar la carga el campo eléctrico efectúa el trabajo. El trabajo que se efectúa en el campo electrostático no depende de la forma de la trayectoria por la cual se desplaza la carga.



a)



b)

Fig. 36. Líneas de fuerza: a) del campo de dos cargas puntuales de signos distintos; b) del campo de dos cargas puntuales del mismo signo.

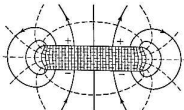


Fig. 37. Campo eléctrico del condensador plano.

de unidad situada en este punto. La magnitud del potencial depende del punto escogido con potencial cero; el punto con potencial cero puede ser tomado arbitrariamente. En general, en la Física se considera que en un punto infinitamente alejado el potencial es igual a cero; en electrotécnica se considera que la superficie de la Tierra tiene potencial igual a cero.

La diferencia de potencial entre dos puntos del campo eléctrico se llama *tensión (voltaje) (U)*. La tensión es igual numéricamente al trabajo que efectúan las fuerzas eléctricas al desplazar una carga positiva de unidad entre dos puntos.

En el campo electrostático el trabajo, desplazando la carga, es igual a

$$A = qU. \quad (4.9)$$

La tensión en el SI se expresa en voltios (V). Un voltio es la diferencia de potencial entre dos puntos cuando al desplazar entre ellos una carga positiva de 1 culombio se efectúa el trabajo de 1 julio. La superficie, todos los puntos de la cual tienen potencial igual, se llama *superficie equipotencial*. En las figs. 35—37 las superficies equipotenciales se muestran con líneas de trazos.

Las líneas de fuerza del campo electrostático son perpendiculares a las superficies equipotenciales. El trabajo de las fuerzas eléctricas durante el desplazamiento de la carga por la superficie equipotencial es igual a cero. Si A y C son dos puntos del campo, entonces la intensidad del campo en el punto A y la diferencia de potencial entre dichos puntos están enlazadas por la fórmula aproximada*

$$E_A = -\frac{\Delta U}{\Delta l}, \quad (4.10)$$

donde ΔU es la diferencia de potencial entre los puntos A y C que se sitúan a corta distancia, Δl es la distancia por la línea de fuerza entre las superficies equipotenciales que pasan a través de estos puntos.

La magnitud $-\Delta U/\Delta l$ se llama *gradiente del potencial*.

Si el campo eléctrico es homogéneo, es decir, la intensidad en todos los puntos del campo es constante por magnitud y dirección (por ejemplo, en el condensador plano), entonces:

$$E = -\frac{U}{l}, \quad (4.11)$$

donde l es la longitud de la línea de fuerza. La intensidad del campo en el SI se mide en unidades de medición voltio/metro (V/m).

* Fórmula exacta $E = -\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta l} = -\frac{dU}{dl}$.

1 V/m es la intensidad de tal campo homogéneo cuya diferencia de potencial en los extremos de la línea de fuerza de 1 m de largo es igual a 1 V.

Capacidad eléctrica. Dos conductores entre los cuales hay campo eléctrico, cuyas líneas de fuerza empiezan en un conductor y terminan en el otro, llevan el nombre de *condensador* y los mismos conductores, *armaduras del condensador*.

En un condensador simple las magnitudes de las cargas en las armaduras son iguales por valor y opuestas por el signo.

La capacidad eléctrica del condensador es igual a la relación entre la magnitud de la carga en una de las armaduras y la diferencia de potencial entre ellas, es decir,

$$C = \frac{q}{U}. \quad (4.12)$$

La capacidad eléctrica en el SI se mide en faradios (F). Un faradio comprende la capacidad del condensador, cuya diferencia de potencial entre las armaduras (en el caso de carga de 1 C en una de las armaduras) es igual a 1 V.

Por la forma de las superficies conductoras se diferencian condensadores: planos, cilíndricos y esféricos.

La capacidad de un condensador plano es:

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}, \quad C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \quad (4.13)$$

donde S es la magnitud de la superficie de una armadura (placa) (la menor, si éstas no son iguales), d es la distancia entre las armaduras, ϵ es la permitividad del material que se encuentra entre las armaduras.

La capacidad de un condensador cilíndrico y la de un cable coaxial es:

$$C = \frac{\epsilon l}{2 \ln(b/a)}, \quad C = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon l}{\ln(b/a)}, \quad (4.14)$$

donde b es el radio del cilindro exterior, a es el radio del cilindro interior, l es la longitud del condensador.

La capacidad del condensador esférico es:

$$C = \frac{\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}, \quad C = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}, \quad (4.15)$$

donde a y b son los radios de las esferas interior y exterior.

La capacidad de una línea de dos conductores es:

$$C = \frac{\epsilon l}{4 \ln \frac{d}{a}}, \quad C = \frac{\pi\epsilon_0 \epsilon l}{\ln \frac{d}{a}}, \quad (4.16)$$

donde d es la distancia entre los ejes de los conductores en paralelo, a es su radio, l es la longitud.

En el caso de la agrupación en paralelo de los condensadores con las capacidades $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ la capacidad común es

$$C_{\text{par}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n, \quad (4.17)$$

en el caso de agrupación en serie es:

$$\frac{1}{C_{\text{ser}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (4.18)$$

La energía concentrada en un condensador cargado es:

$$W = \frac{1}{2} CU^2. \quad (4.19)$$

En el espacio donde hay campo eléctrico se concentra la energía. La magnitud de esta energía en unidad de volúmen (densidad de la energía) para el campo uniforme puede ser calculada por la fórmula

$$w_{\text{en}} = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}, \quad w_{\text{en}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2, \quad (4.20)$$

donde E es la magnitud de la intensidad del campo*.

Conductores y aisladores en el campo eléctrico. En los conductores que se sitúan en el campo se inducen cargas de signos opuestos. Dichas cargas se disponen en la superficie del conductor de tal modo que la intensidad del campo electrostático en el interior del conductor sea igual a cero, y la superficie del conductor resulte superficie equipotencial.

* En el caso del campo arbitrario se introduce el concepto "densidad de la energía en un punto":

$$w = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta V}.$$

Aquí ΔW es la energía concentrada en el volúmen ΔV reducido a un punto. Si E se comprende como la intensidad precisamente en dicho punto, la fórmula (4.20) es justa también para el campo arbitrario.

Los aisladores (dieléctricos) puestos en el campo se polarizan. La polarización comprende el fenómeno siguiente: las cargas que forman parte de moléculas se desplazan de tal modo que su campo eléctrico se asemeja al campo de dos cargas puntuales de signos opuestos, iguales por magnitud absoluta (véase la fig. 36, a).

En general, denominan *dipolo eléctrico* el sistema de cargas, cuyo campo exterior es análogo al campo de dos cargas puntuales de signos contrarios, iguales por magnitud (fig. 38).

La magnitud del dipolo se caracteriza por la magnitud vectorial que se llama *momento eléctrico del dipolo* (p_i), al mismo tiempo

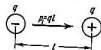


Fig. 38. Dipolo eléctrico.

$$p_i = ql, \quad (4.21)$$

donde l es la distancia entre las cargas.

La dirección del vector p_i se toma de $-q$ a $+q$. Para valorar la magnitud de la polarización general de un dieléctrico se toma el vector de polarización igual a la suma vectorial de todos los momentos eléctricos de los dipolos en unidad de volumen:

$$P = \frac{1}{V} \sum p_i. \quad (4.22)$$

Los vectores de polarización y de inducción están enlazados por la relación:

$$D = E + 4\pi P \text{ (en el sistema CGSE),}$$

$$D = \epsilon_0 E + P \text{ (en el SI).}$$

Las moléculas de algunos dieléctricos, hasta en ausencia del campo eléctrico, representan dipolos. La polarización de tales sustancias consta de la orientación de los dipolos moleculares por el sentido del campo.

Materias ferroeléctricas. Las ferroeléctricas recibieron su nombre debido a la sal de Seignette o de la Rochelle en la cual se registró por primera vez la polarización espontánea. Hasta sin presencia de un campo eléctrico la materia ferroeléctrica se divide en pequeños (microscópicos) volúmenes que tienen momento eléctrico. Dichas regiones de polarización espontánea tienen el nombre de *dominios* (véase también la pág. 163). Ausente el campo, los momentos eléctricos de los dominios se orientan en distintas direcciones y por eso el momento eléctrico de toda la materia ferroeléctrica es igual a cero.

En el campo eléctrico exterior la ferroeléctrica se polariza en general a cuenta de variar la dirección de polarización de los do-

minios. Terminada la acción del campo se mantiene la polarización residual.

La permitividad ϵ de las ferroeléctricas tiene grandes valores (a veces de orden de unos miles); depende mucho de la intensidad del campo eléctrico.

A las temperaturas que sobrepasan algún valor, el movimiento térmico destruye los dominios y, a consecuencia, desaparecen propiedades ferroeléctricas. Esta temperatura se llama el punto (temperatura) de Curie (T_C).

Efecto piezoeléctrico. Al deformar mecánicamente ciertos cristales según determinadas direcciones, en sus superficies se forman cargas eléctricas de signos contrarios, y en los mismos cristales surge campo eléctrico. La variación del sentido de la deformación lleva al cambio de los signos de las cargas. Este fenómeno lo llaman *efecto piezoeléctrico*. Este efecto es reversible, es decir, al colocar un cuarzo en el campo eléctrico cambia sus dimensiones lineales. El efecto piezoeléctrico inverso se utiliza para obtener ultrasonidos. La magnitud de la carga que surge durante el efecto piezoeléctrico se determina por la relación

$$q = d_{11} F_x,$$

donde F_x es la magnitud de la fuerza que provoca la deformación, d_{11} es el coeficiente constante para el cuarzo dado y se llama *módulo piezoeléctrico* (véase la tabla 77).

TABLAS Y GRÁFICAS

Tabla 72

Campo eléctrico en la atmósfera de la Tierra

Altura, km	0	0,5	1,5	3	6	12
Intensidad, V/km	130	50	30	20	10	2,5

Observaciones. 1. La magnitud de la carga de la nube de tormenta es igual a 10^{-20} C (en algunos casos llega a 300 C).
2. La densidad superficial media de la carga de la Tierra es igual a $-1,15 \cdot 10^{-8}$ km/m². La carga de toda la Tierra es $-5,7 \cdot 10^4$ C.

Tabla 73

Materiales dieléctricos (aislantes)

ϵ es la permitividad, E_d es la intensidad disruptiva, d es la densidad, ρ es la resistividad.

Material	ϵ	E_d , kV/mm	d , g/cm ³	ρ , Ω -cm
Abedul seco	3-4	40-60	0,7	—
Ambar	2,7-2,9	20-30	1,06-1,11	1-10 ¹⁸
Asbesto	2	2	2,3-2,6	2-10 ¹⁸
Baquelita	4-4,6	10-40	1,2	—
Berlin	2,6-3,3	6-15	1,2	—
Carbolita (P)	—	10-14,5	1,2-1,3	—
Cartón prensado	3-4	9-12	0,9-1,1	1-10 ¹⁸
Celuloide	3-4	30	—	2-10 ¹⁸
Cera de abejas	2,8-2,9	20-35	0,96	2-10 ¹⁸ -2-10 ¹⁸
Colofonia	3,5	—	1,1	5-10 ¹⁸
Ebonita (PC)	4-4,5	25	1,3	1-10 ¹⁸
Escapón (P)	2,7-3	36	—	—
Fibra seca	2,5-8	2-6	1,1-1,94	5-10 ¹⁸
Fibrocemento de tejar	6-7	5-14	2,6-2,9	10 ¹⁸
Goma blanda	2,6-3	15-25	1,7-2,0	4-10 ¹⁸
Goma laca	3,5	50	1,02	1-10 ¹⁸
Guetlinax (P)	5-6,5	10-30	1,3	—
Gutapercha	4	15	0,95	2-10 ¹⁸
Mármol	8-10	6-10	2,7	1-10 ¹⁸
Mica filopita	4-5,5	60-125	2,5-2,7	10 ¹⁸ -10 ¹⁷
Mica moscovita	4,8-8	50-200	2,8-3,2	—
Parafina	2,2-2,3	20-30	0,4-0,9	3-10 ¹⁸
Plástico fuoro-carbónico-3	2,5-2,7	—	2,14	1,2-10 ¹⁸
Plástico vinílico (P) ..	4,1	15	—	—
Plásticos	3,0-3,6	18,5	1,2	—
Policloruro de vinilo ..	3,1-3,5	50	1,38	—
Poliestireno	2,2-2,8	25-50	1,05-1,65	5-10 ¹⁸ -5-10 ¹⁷
Porcelana electro-técnica ..	6,5	20	2,4	3-10 ¹⁴
Porcelana radio-técnica (C) ..	6,0	15-20	2,5-2,6	—
Seda natural	4-5	—	—	—
Superporcelana (C) ..	6,3-7,5	15-30	2,6-2,9	3-10 ¹⁴
Textolita	7	2-8	1,3-1,4	—
Tiecond. (C)	25-80	15-20	3,8-3,9	—
Vidrio	4-10	20-30	2,2-4,0	10 ¹¹ -10 ¹⁴

Observaciones. 1. La intensidad disruptiva es el valor máximo admisible de la intensidad; siendo mayores los valores de la intensidad el dieléctrico se encuentra roto.

2. Las letras entre paréntesis significan lo siguiente: P, plástico; C, cerámica; PC, plástico de caucho.

3. Los valores de la permitividad aducidos se refieren a las temperaturas de 18 a 20° C. La permitividad de los sólidos varía un poco cambiándose la temperatura, a excepción de las materias ferroeléctricas (véase la fig. 39).

4. En lo que se refiere a la resistividad véase la pág. 123.

Permitividad de líquidos puros

Tabla 74

Sustancia	Temperatura						
	0° C	10° C	20° C	25° C	30° C	40° C	50° C
Acetona	23,3	22,5	21,4	20,9	20,5	19,5	18,7
Agua	87,83	83,86	80,08	78,25	76,47	73,02	69,73
Alcohol etílico	27,88	26,41	25,00	24,25	23,52	22,16	20,87
Benceno	—	2,30	2,29	2,27	2,26	2,25	2,22
Eter etílico	4,80	4,58	4,38	4,27	4,15	—	—
Glicerina	—	—	56,2	—	—	—	—
Keroseno	—	—	2,0	—	—	—	—
Tetroloro de carbono ..	—	—	2,24	2,23	—	2,20	2,18

Observación. La sustancia extraña en cantidades pequeñas influye poco en el valor de la permitividad.

Permitividad de los gases

(a la temperatura de 18° y la presión normal)

Tabla 75

Sustancia	ϵ	Sustancia	ϵ
Aire	1,00059	Nitrógeno	1,00061
Gas carbónico	1,00097	Oxígeno	1,00035
Helio	1,00007	Vapores de agua	1,0078
Hidrógeno	1,00026		

Observación. La permitividad de los gases disminuye elevándose la temperatura y aumenta, creciendo la presión.

Módulos piezoeléctricos de los cristales

Tabla 76

Cristal	d_{11} , 10 ⁻⁸ (CGSE)	Cristal	d_{11} , 10 ⁻⁸ (CGSE)
Cerámica de titanato de bario	750	Fosfato de amonio ..	148
Cuarzo	6,9	Fosfato de potasio ...	70
Estafelita	9,8	Sal de Seignette	7000
		Turmalina	5,78

Observaciones. 1. Algunos cristales tienen diferentes módulos según esté orientada la deformación; en este caso se dan los valores máximos.

2. Para pasar el valor del módulo del sistema CGSE al SI se debe multiplicar la magnitud mencionada en la tabla por el factor 3-10⁴. Entonces la unidad de medición del módulo será C/N.

Tabla 77

Propiedades de los cristales ferroeléctricos

(el punto de Curie T_C , polarización espontánea p_s , permitividad ϵ)

Cristal	T_C , °K	p_s , (CGSE)	ϵ
$\text{NaK}(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2) \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ (sal de Seignette)	297— 255	800	~ 9000
$\text{NaK}(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2) \cdot 4\text{D}_2\text{O}$	308—249	—	—
$\text{LiNH}_4(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2) \cdot \text{H}_2\text{O}$	106	630	—
KH_2PO_4 (dihidrofosfato de potasio)	123	16.000	$\sim 10^4$
KD_2PO_4	218	18.000	—
KH_2AsO_4	96,5	—	—
$\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ (dihidrofosfato de amonio)	~ 398	—	90
BaTiO_3 (titanato de bario) ...	391	48.000	$\sim 10^4$
KNbO_3 (niobato de potasio) .	708	78.000	—
NaNbO_3	913	—	—
LiTiO_3	—	70.000	—

Observaciones. 1. Las propiedades de algunas materias ferroeléctricas se revelan en determinada zona de temperaturas. En estos casos se indican los valores superior e inferior de la temperatura de Curie.
2. Se dan los valores máximos de permitividad.
3. Para reducir los valores de la polarización espontánea al SI se debe multiplicar los valores aducidos por $3,3 \cdot 10^{-12}$.

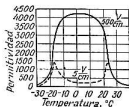
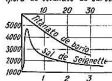


Fig. 39. Dependencia entre la permitividad de una placa no frita de sal de Seignette y la temperatura. Dos curvas corresponden a diferentes intensidades del campo.

Intensidad del campo, kV/cm
(para el titanato de bario)



Intensidad del campo, kV/cm
(para la sal de Seignette)

Fig. 40. Razón entre la permitividad del titanato de bario (escala a la izquierda) y de la sal de Seignette, y la intensidad del campo (a 20° C).

B. CORRIENTE CONTINUA

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

1. Corriente en los metales

Todo movimiento ordenado de los portadores de cargas se denomina *corriente eléctrica*. En los metales dichos portadores son electrones, partículas cargadas negativamente cuya carga es igual a la carga elemental. Convencionalmente por el sentido de la corriente se toma la dirección contraria a la del movimiento de las cargas negativas.

Si en el lapso desde el instante t hasta el $t + \Delta t$ pasa a través de la sección transversal de un conductor una cantidad de electricidad Δq , entonces se denomina *intensidad (magnitud) de corriente* en el instante t (o valor instantáneo de la corriente) el límite

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (4.23)$$

Se llama *corriente continua* tal corriente con que en cualesquiera intervalos de tiempo iguales pasan iguales cantidades de energía eléctrica por la sección transversal de un conductor. Como la unidad de la intensidad de corriente se toma amperio (A) en el SI. La definición del amperio se da en la pág. 156. Siendo la intensidad de corriente igual a 1 A, a través de la sección transversal de un conductor pasa en un segundo la carga igual a 1 C.

Se llama *densidad de corriente (j)* la magnitud de la corriente que pasa por unidad de la sección transversal de un conductor. Por la unidad de densidad se toma A/cm^2 , es decir, tal densidad con que a través de la superficie de 1 cm^2 , dispuesta perpendicularmente al sentido del movimiento de las cargas, pasa la corriente igual a 1 A.

La densidad de la corriente es:

$$j = nev, \quad (4.24)$$

donde n es el número de portadores de carga en unidad del volumen, e es la magnitud de la carga del portador, v es la velocidad media de su desplazamiento ordenado.

La *movilidad de los electrones (μ)* es igual numéricamente a la velocidad media de su movimiento ordenado que éstos adquieren en el campo, cuya intensidad es de $1 \text{ V}/\text{cm}$: $\mu = v/E$; entonces:

$$j = nevE = \sigma E, \quad (4.25)$$

donde E es la intensidad del campo eléctrico en el interior del conductor, σ es la conductividad (véase a continuación):

$$\sigma = neu. \quad (4.26)$$

Los conductores, en los cuales la corriente eléctrica está determinada por el desplazamiento de electrones libres, llevan el nombre de *conductores de la primera clase*. Los metales son los conductores de la primera clase.

Si hay portadores de cargas de distintos signos y valores, entonces la densidad total de corriente será igual a la suma de densidades cada una de las cuales se calcula para las cargas del determinado signo y valor:

$$j = \sum_i n_i e v_i. \quad (4.27)$$

La intensidad de corriente es una magnitud escalar, y la densidad de corriente, una magnitud vectorial.

Para obtener corriente eléctrica en un conductor es necesario mantener la diferencia de potencial en sus extremos. Los dispositivos que dan la posibilidad de mantener la diferencia de potencial tienen el nombre de *fuentes (o generadores) de corriente*. Los bornes de la fuente por medio de los cuales la fuente se acopla con el consumidor, se llaman *polos*. El polo, cuyo potencial es más alto, lo llaman *positivo*, el otro, *negativo*.

En las fuentes de corriente distintas formas de energía que ninguna relación tienen con el campo eléctrico, se transforman en energía eléctrica. En los polos de la fuente de corriente abierta la diferencia de potencial se mantiene a cuenta del trabajo de aquellas fuerzas que por su naturaleza difieren de las eléctricas. Tales fuerzas llevan el nombre de *fuerzas extrañas*. Las fuerzas extrañas que actúan en el interior de la fuente, transportan cargas en direcciones opuestas a las de acción de las fuerzas eléctricas; en el interior de la fuente las fuerzas eléctricas transportan cargas desde el polo positivo hacia el negativo; las fuerzas extrañas, desde el polo negativo hacia el positivo.

Se llama *fuerza electromotriz de una fuente (f.e.m.)* una magnitud que es igual numéricamente al trabajo de las fuerzas extrañas desplazando la unidad de la carga positiva. La fuerza electromotriz de la fuente es igual numéricamente a la diferencia de potencial en los extremos de la pila abierta. La fuerza electromotriz se mide en las mismas unidades que la tensión (por ejemplo, en voltios).

Las f.e.m. surgen en el caso de difusión de los iones en los electrolitos (véase la pág. 134), en el caso de inducción electromagnética (véase la pág. 160), cuando en las fotocélulas semiconductoras cae un rayo luminoso (véase la pág. 200), etc.

Se llama *circuito eléctrico* un conjunto de fuentes de corriente eléctrica, de conductores de conexión, elementos (u otros disposi-

tivos) en que la corriente eléctrica efectúa un trabajo (véase la fig. 41). En resumen el trabajo en el circuito ejerce la f.e.m. de la fuente.

La ley de Ohm para un segmento del circuito en el cual no accionan las fuerzas extrañas es: la intensidad de corriente en un conductor es proporcional a la tensión en sus extremos, es decir,

$$i = \frac{U}{R}. \quad (4.28)$$

En esta correlación la magnitud $1/R$ es el coeficiente de proporcionalidad y se denomina *conductibilidad*. La magnitud R se llama *resistencia eléctrica*.

La unidad de resistencia en el SI es ohmio. Un ohmio equivale a la resistencia de tal conductor en el cual se establece la corriente de 1 A, siendo la tensión igual a 1 V en sus extremos.

La resistencia de un conductor (de sección constante) es:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.29)$$

donde ρ es la *resistencia específica (o resistividad)* equivalente a la resistencia del conductor de unidad de longitud con la sección transversal de unidad del área, l es la longitud del conductor, S es el área de la sección transversal. La magnitud $\sigma = 1/\rho$ se denomina *conductividad específica*. En el SI ρ se expresa en $\Omega \cdot m$. En electrotécnica l se mide en m; la sección S , en mm^2 ; en este caso ρ se expresa en $\Omega \cdot mm^2/m$;

$$1 \Omega \cdot mm^2/m = 10^{-8} \Omega \cdot m.$$

Elevándose la temperatura, aumenta la resistividad de la mayoría de los metales; esta variación de la resistividad puede ser expresada aproximadamente por la relación

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (4.30)$$

donde ρ_t es la resistividad a la temperatura t , ρ_0 es la resistividad a $0^\circ C$, α es el *coeficiente de resistividad de temperatura*; este coeficiente es igual numéricamente a la variación de la resistencia, si se calienta el conductor en $1^\circ C$, dividida por la resistencia inicial. A las bajas temperaturas determinadas la resistividad de algunos metales disminuye a saltos y se hace igual a cero. Dicho fenómeno lleva el nombre de *superconductividad*.



Fig. 41. Esquema del circuito eléctrico.

En el caso de conexión en serie de las resistencias, la resistencia total R_{ser} es igual a la suma de todas las resistencias $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$, es decir:

$$R_{ser} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n. \quad (4.31)$$

En el caso de conexión en paralelo tenemos:

$$\frac{1}{R_{par}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (4.32)$$

La ley de Ohm para el segmento del circuito en el cual acciona la f.e.m.: para el segmento del circuito en el cual acciona la f.e.m. se cumple la relación

$$i = \frac{U + \mathcal{E}}{R}, \quad (4.33)$$

donde R es la resistencia del segmento, U es la tensión en el segmento, $\mathcal{E}$ es la magnitud de la f.e.m.

Hay que tener en cuenta que los símbolos tanto $\mathcal{E}$, como U pueden ser positivos y negativos. Se considera que la f.e.m. es *positiva* si ella eleva el potencial en el sentido de la corriente (la corriente pasa del menos al más de la fuente); la tensión se toma *positiva* si la corriente en el interior de la fuente va en el sentido de disminuir el potencial (del más al menos). Por ejemplo, durante la carga del acumulador (fig. 42) la corriente de carga es:

$$i_{car} = \frac{U - \mathcal{E}_a}{R_a},$$

Fig. 42. Circuito para cargar el acumulador.

donde U es la tensión en los bornes de la fuente durante la carga, $\mathcal{E}_a$ es la f.e.m. del acumulador a cargar, R_a es la resistencia del acumulador (resistencia de los conductores de conexión no se toma en consideración).

Para el segmento ADB en el mismo caso

$$i_{car} = \frac{\mathcal{E}_1 - U}{r},$$

donde $\mathcal{E}_1$ es la f.e.m. de la fuente, r es la resistencia interna de la fuente.

Para un circuito cerrado no bifurcado la correlación (4.33) toma la forma siguiente (en este caso $U=0$):

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (4.34)$$

donde R es la resistencia externa del circuito.

Trabajo de la corriente eléctrica. El trabajo que efectúa la corriente continua en el segmento del circuito es:

$$A = iUt, \quad (4.35)$$

donde t es el tiempo de paso de la corriente, U es la tensión en el segmento, i es la intensidad de corriente.

El trabajo de la corriente está relacionado con la variación de la energía interna del conductor (desprendimiento del calor), si en el segmento está ausente la f.e.m.:

$$A = \frac{U^2}{R} t. \quad (4.36)$$

El trabajo relacionado con la variación de la energía interna (independientemente de la presencia o ausencia de la f.e.m. en el segmento) es:

$$A = i^2 R t. \quad (4.37)$$

La unidad del trabajo (así como la de energía) en el SI es julio (J); 1 J comprende el trabajo producido por la corriente continua de intensidad de 1 A durante un segundo en el segmento de tensión de 1 V. Se emplea también la unidad kilovatio-hora (kW/h):

$$1 \text{ kW/h} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Leyes de Kirchhoff. El cálculo de las corrientes, las tensiones y las f.e.m. en el circuito bifurcado se efectúa a base de las *leyes de Kirchhoff*.

Primera ley de Kirchhoff: la suma algebraica de las intensidades de corrientes en las secciones del circuito que convergen en cualquier punto de bifurcación es igual a cero. Por ejemplo, (fig. 43):

$$i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0.$$

Segunda ley: para cualquier circuito cerrado de un circuito bifurcado la suma algebraica de los productos de las inten-

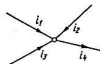


Fig. 43. Nodo de corrientes.

Dirección del recorrido

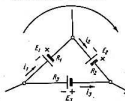


Fig. 44. Circuito separado del circuito derivado.

el paso del polo negativo al positivo). Por ejemplo, (fig. 44):

$$i_1 R_1 + i_2 R_2 - i_3 R_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3.$$

En el caso de acoplar en serie las fuentes iguales

$$i(nr + R) = n\mathcal{E}, \quad (4.38)$$

donde n es el número de las fuentes, r es la resistencia interna de una fuente, R es la resistencia externa, $\mathcal{E}$ es la f.e.m. de una fuente.

En el caso de acoplamiento en paralelo de n fuentes iguales

$$i \left(R + \frac{r}{n} \right) = \mathcal{E}. \quad (4.39)$$

2. Corriente en electrólitos

A los electrólitos o conductores de segunda clase se refieren las soluciones de ácidos, álcalis y sales, en agua y otros solventes. Las sales fundidas tienen también la propiedad de conducción electrolítica. En los electrólitos los *iones*, partículas de moléculas con carga positiva o negativa, son portadores de cargas.

En el electrólito el campo eléctrico se crea entre las placas conductoras de corriente que se sumergen en un electrólito; estas placas tienen el nombre de *electrodos*. Los electrodos se conectan a los polos de la fuente de f.e.m.; el electrodo conectado al polo positivo se denomina *ánodo*; el conectado al polo negativo, *cátodo*.

Los iones positivos que se desplazan en el campo eléctrico hacia el cátodo se denominan *cationes*, los iones negativos que se desplazan hacia el ánodo se denominan *aniones*.

sidades de las corrientes por las resistencias respectivas es igual a la suma algebraica de todas las fuerzas electromotrices en este circuito.

Al componer la suma mencionada se consideran positivas las corrientes cuyos sentidos coinciden con la dirección del recorrido del circuito escogido convencionalmente. Se entienden como positivas las f.e.m. que elevan el potencial en el sentido del recorrido (es decir, la dirección del recorrido coincide con

La densidad de la corriente creada por los iones de ambos signos es:

$$j = n_+ e v_+ + n_- e v_-, \quad (4.40)$$

donde n_+ es la concentración de cationes; e es la carga del ion; v_+ es la velocidad del movimiento ordenado de los cationes; n_- , v_- son respectivamente la concentración y la velocidad de aniones.

La movilidad de los iones es igual numéricamente a la velocidad media del movimiento ordenado, la cual recibe el ion en el campo cuya intensidad es de 1 V/cm. La densidad de la corriente expresada mediante la movilidad de los iones u_+ y u_- es:

$$j = (n_+ u_+ + n_- u_-) e E, \quad (4.41)$$

donde E es la intensidad del campo eléctrico.

Para los electrólitos es justa la ley de Ohm.

Cuando la corriente pasa a través de los electrólitos (o sales fundidas) se cambia su composición química y en los electrodos se desprenden distintas sustancias. Dicho fenómeno se llama *electrólisis*.

Primera ley de Faraday. La masa de sustancia que se deposita en el electrodo durante el electrólisis es directamente proporcional a la cantidad de la carga eléctrica Q pasada por el electrólito:

$$m = KQ. \quad (4.42)$$

El coeficiente de proporcionalidad K , que es igual numéricamente a la masa de una sustancia, desprendida al pasar la unidad de cantidad de electricidad, se denomina *equivalente electroquímico* de esta sustancia.

Segunda ley de Faraday. El equivalente electroquímico de una sustancia es proporcional a su equivalente químico:

$$K = \frac{A}{Z}, \quad (4.43)$$

donde A/Z es el *equivalente químico* igual a la relación entre el peso atómico del elemento y su valencia. La constante C tiene el mismo valor para todas las sustancias. La dimensión del equivalente químico es g/equiv-g.

Constante de Faraday (Faraday). Para depositar durante el electrólisis una cantidad de sustancia, igual al peso equivalente A/Z de cualquiera sustancia, se necesita la misma cantidad de electricidad que es igual aproximadamente a 96.500 C (*constante de Faraday*)

$$F \approx 96.500 \text{ C/equiv-g}, \quad C = \frac{1}{F} \text{ equiv-g/C}.$$

Elementos (galvánicos). Entre un electrodo sumergido en electrolito y la disolución se establece la diferencia de potencial. Dicha diferencia se denomina el potencial electroquímico del electrodo dado, en la disolución dada.

Se llaman *potenciales normales absolutos* los valores de los potenciales electroquímicos de los metales en las disoluciones con normal concentración de sus iones (es decir, la concentración de 1 equiv-g de iones para 1 l). En estas condiciones el potencial electroquímico depende sólo de la clase del metal.

Al sumergir en electrolito dos electrodos entre estos últimos se establece la diferencia de potencial igual a la de los potenciales electroquímicos de los electrodos. El electrolito con dos electrodos heterogéneos sumergidos se denomina *elemento galvánico* (por ejemplo, las placas de cobre y de cinc en la solución del ácido sulfúrico, así llamado *pila de Volta*).

Los acumuladores representan elementos galvánicos cuyos electrodos están hechos de materiales que les dan la posibilidad de restablecer sus cualidades iniciales al hacer pasar la corriente (carga) en el sentido contrario a la corriente durante la descarga.

La cantidad de electricidad que puede ser obtenida del acumulador a estas condiciones del trabajo (temperatura, corriente de descarga, tensión inicial) se denomina *capacidad de acumulador*. Esta última se expresa en amperio-horas (A/h):

$$1 \text{ A/h} = 3.600 \text{ C.}$$

3. Corriente en gases

La corriente en los gases está acondicionada por la presencia en éstos de los iones y electrones. La ionización de los gases consiste en separar los electrones de las moléculas neutras y unir una parte de ellos a otras moléculas y átomos neutrales. La energía necesaria para separar el electrón de una molécula o átomo se denomina *trabajo de ionización*. El trabajo de ionización se mide en electrón-voltios (eV). 1 eV es igual a la energía que obtiene un electrón pasando por el campo cuya diferencia de potencial es de 1 V.

La densidad de corriente en los gases, así mismo como en los metales y líquidos se determina por la concentración de los portadores de cargas (iones), por su movilidad y las magnitudes de las cargas de iones. No obstante, los conductores gaseosos en la mayoría no obedecen a la ley de Ohm, por que la concentración de los iones depende de la intensidad del campo y de la distribución desigual de los iones por el volumen ocupado por el gas.

Existen dos modos de conducción de gases: no autónoma y autómata. En el caso de la conductividad no autónoma los

iones se forman en el gas no bajo la acción del campo eléctrico aplicado, sino debidos a otras causas (por ejemplo, rayos Roentgen, calentamiento de gas, etc.). En el caso de la conductividad *autómata* los iones se forman bajo la acción del campo eléctrico entre los electrodos.

En el vacío la corriente (por ejemplo en las válvulas electrónicas) se debe al movimiento de los electrones que se separan de los electrodos colocados en el vacío.

Para desprender un electrón libre del metal es necesario efectuar cierto trabajo. Este trabajo se denomina *trabajo de salida*.

El desprendimiento de electrones del metal bajo la acción del movimiento térmico se llama *emisión termiónica (termoelectrónica)*. La condición a la cual un electrón puede desprenderse del metal tiene la forma:

$$\frac{1}{2} m v_n^2 \geq \varphi, \quad (4.44)$$

donde m es la masa del electrón, v_n es la proyección de la velocidad térmica del electrón en dirección de la normal respecto a la superficie, φ es el trabajo de salida.

El valor máximo de la corriente de la emisión termoelectrónica (a la temperatura constante) se denomina la *corriente de saturación*. La densidad de la corriente de saturación en el caso de emisión termoelectrónica se determina por la expresión

$$j = A' T^2 e^{-\varphi/(kT)}, \quad (4.45)$$

donde A' es la constante, T es la temperatura absoluta, k es la constante de Boltzmann, (véase la pág. 70), $e \approx 2,72$ es la base de los logaritmos naturales. Las magnitudes A' y φ se denominan con frecuencia *las constantes de emisión*.

De acuerdo con la teoría la magnitud A' debe ser igual ($60,2 \text{ A/cm}^2 \cdot \text{grad}^2$) para todos los metales puros. En la práctica, no obstante, se obtienen valores diferentes.

En la práctica tienen gran empleo así llamados cátodos de óxido. Se obtienen cubriendo la base metálica con el óxido de bario o los óxidos de otros metales, lo que disminuye considerablemente el trabajo de salida.

Siendo grandes las intensidades del campo, entre los electrodos fríos, que se encuentran en el gas, se produce la descarga en forma de chispa (rotura). La magnitud de la tensión necesaria para la descarga depende del material, de la forma y las dimensiones de los electrodos, de la distancia entre los electrodos, así como de las propiedades y la presión del gas.

Si los electrodos son paralelos y planos y sus dimensiones son comparables con la distancia entre ellos, la tensión disruptiva

para el gas y el material de electrodos dados está sólo en función del producto pd (donde p es la presión de gas, d es la distancia entre los electrodos). Si p y d varían de tal modo que su producto quede constante, la magnitud de la tensión disruptiva no cambia.

La distancia entre los electrodos, cuando se efectúa la descarga a la tensión dada, se denomina *espacio de chispa*. Por la magnitud de los espacios de chispa se puede determinar el valor de la tensión entre los electrodos.

4. Semiconductores

Los *semiconductores* se denominan aquellas sustancias en las cuales la conductibilidad eléctrica se debe al movimiento de los electrones, y la resistividad a la temperatura ambiente se encuentra entre los límites de 10^{-2} a $10^3 \Omega \cdot \text{cm}$. La resistividad de los semiconductores varía bruscamente con el cambio de la temperatura. A diferencia de los metales la resistividad de los semiconductores disminuye elevándose la temperatura. La resistencia de los semiconductores depende mucho de las impurezas.

Los electrones, que forman parte del átomo, se encuentran en los niveles de energía discretos (véase la pág. 218); cada electrón tiene determinado valor de energía el cual se diferencia de la energía de otros electrones. El átomo aislado no puede tener más de dos electrones en el mismo nivel de energía, sin embargo dichos electrones se diferenciarán unos de otros por la orientación de spins (véase la pág. 218). Esta ley se denomina *principio de Pauli*.

En los átomos aislados de una sustancia todos los niveles de energía son iguales. En el caso de interacción los niveles de energía de cada átomo varían un poco respecto a los niveles de energía de los átomos que no entran en interacción; los niveles de energía que entran en interacción difieren unos de otros.

En la fig. 45, *a* van mostrados, como ejemplo, los niveles de energía K y L de los átomos que no entran en interacción; en el caso de que accionen mutuamente n átomos cada uno de los niveles se "descompone" en n niveles distintos lo que se expone en la fig. 45, *b*. La diferencia de las energías, que tienen "los niveles descompuestos", es igual aproximadamente a 10^{-22} – 10^{-23} eV. El

conjunto de los niveles de energía descompuestos forma banda de los niveles de energía permisos. Las bandas se separan unas de otras por los intervalos de valores no permisos de energía; dichos intervalos de energía se llaman *bandas prohibidas*; el electrón no puede tener niveles de energía que se encuentran en el interior de la banda prohibida.

La conductibilidad eléctrica de los metales, lo mismo que la de los semiconductores, está condicionada solamente por los electrones de valencia, ya que los electrones de las capas internas están enlazados fuertemente con el núcleo. A la temperatura igual a 0°K los electrones de valencia ocupan los niveles de energía inferiores. Todos los niveles permisos en esta banda están ocupados. Esta banda se denomina *banda de valencia* (*banda saturada u ocupada*). En la segunda banda de los niveles de energía permisos a 0°K no hay electrón alguno; dicha banda se denomina la *banda de conducción*. La banda de valencia se separa de la de conducción por la banda prohibida (fig. 45, *c*). La energía necesaria para que un electrón pase de la banda de valencia a la de conducción se llama *anchura de la banda prohibida* (ΔE_g). En los metales la banda de conducción y la de valencia se recubren; en los aisladores $\Delta E_g > 2\text{eV}$.

La conductibilidad eléctrica surge debida a la presencia de los electrones en la banda de conducción; si están ausentes los electrones en la banda de conducción, no existe la conductibilidad eléctrica.

El movimiento térmico asegura (además de otras influencias) el paso de los electrones a la banda de conducción. La cantidad de electrones en la banda de conducción se determina por la relación.

$$n = A e^{-\Delta E_g / 2kT}, \quad (4.46)$$

donde A es la constante, k es la constante de Boltzmann, T es la temperatura absoluta.

La conductividad eléctrica es

$$\sigma \approx \sigma_0 e^{-\Delta E_g / 2kT}. \quad (4.47)$$

Pasado el electrón a la banda de conducción, en la banda de valencia surgen niveles no ocupados. Si hay el campo eléctrico externo, los electrones se desplazarán en ambas bandas. La conductibilidad que se debe al desplazamiento de los electrones en la banda de conducción se llama *conducción por electrones* (n); la conductibilidad que se debe al movimiento de los electrones en la banda de valencia se denomina *conducción por huecos* (p). El desplazamiento del electrón en la banda de valencia puede ser considerado como desplazamiento de la carga positiva en el sentido

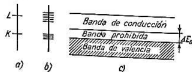


Fig. 45. Esquema de niveles de energía de los electrones en los semiconductores.

opuesto al movimiento de electrón. Esta carga positiva la denominan condicionalmente "hueco".

La conductibilidad debida al movimiento de igual número de electrones y huecos que se forman como resultado de pasar los electrones de la banda de valencia a la de conducción se llama *la intrínseca*. Dicha conductibilidad surge a causa de alteración de los enlaces de valencia.

En el empleo práctico de los semiconductores la mayor importancia tiene la conductibilidad extrínseca (por impurezas) la cual se determina por la presencia de impurezas. Las impurezas pueden ser de dos tipos: donadoras y aceptoras. Las impurezas donadoras crean adicionales niveles permitidos de energía cerca del límite superior de la banda prohibida; los átomos de tales impurezas suministran electrones a la banda de conducción y de este modo aseguran la *conductibilidad electrónica extrínseca*. Las impurezas aceptoras crean niveles adicionales cerca del límite inferior de la banda prohibida; los átomos de impurezas aceptoras admiten a sus niveles los electrones de la banda de valencia y de este modo aseguran la *conductibilidad extrínseca por huecos*.

En el germanio las impurezas de los elementos del V grupo del sistema periódico (por ejemplo de antimonio) son donadoras, y las impurezas de los elementos del III grupo (por ejemplo de galio) son aceptoras.

Es posible la conductibilidad extrínseca cuando en el semiconductor se introducen las impurezas aceptoras y donadoras.

Hay que tener en cuenta que en todos los semiconductores siempre existen electrones y huecos, pero su aporte a la conductibilidad eléctrica puede ser desigual debido a diferentes concentraciones o movilidades.

5. Termoelectricidad

Si en un circuito cerrado, formado por dos conductores, se mantienen entre ellos distintas temperaturas de uniones soldadas, entonces en tal circuito fluye la corriente. Dicha corriente se mantiene por la f.e.m. que aparece en las uniones soldadas. La f.e.m. engendrada en estas condiciones se denomina *fuerza termoelectromotriz* (efecto Seebeck) y el mismo fenómeno se llama *termoelectromotriz* (termoelectricidad).

La magnitud de la fuerza termoelectromotriz en ciertos intervalos de temperaturas es proporcional aproximadamente a la diferencia de temperaturas. En este caso su magnitud es $\mathcal{E}_T = \alpha(T_1 - T_2)$. La magnitud α se llama *fuerza termoelectrónica diferencial* (o el *coeficiente de fuerza termoelectrónica*); es igual a la fuerza termoelectrónica que aparece en el caso de la diferencia de temperaturas igual a 1°C .

TABLAS Y GRÁFICAS

Corrientes eléctricas en la atmósfera de la Tierra

Bajo la acción del campo eléctrico de la Tierra (véase la tabla 72 en la pág. 123) en la atmósfera se establece un flujo de iones, es decir, la corriente de conductibilidad dirigida verticalmente abajo; la densidad de esta corriente casi no varía con la altura y en la zona del tiempo despejado es igual a $2 \div 3 \cdot 10^{-10} \text{ A/cm}^2$. Las corrientes del sentido opuesto se crean en la zona de tormentas.

La densidad de la corriente en la hidrosfera es 10^{-8} A/cm^2 .

La densidad de las corrientes debidas al desplazamiento de las cargas en las gotas de lluvia, nieve, granizo es igual a:

$10^{-11} - 10^{-10} \text{ A/cm}^2$, en el caso de la lluvia calmosa,

hasta 10^{-8} A/cm^2 , en el caso de chaparrón tormentoso y granizo.

La intensidad de corriente de un relámpago llega a 500.000 A (más frecuentemente la intensidad de corriente de un relámpago se encuentra en los rangos comprendidos entre 20.000 y 40.000 A).

La tensión del relámpago llega a 10^8 V ; la duración es cerca de 10^{-3} s ; la longitud, de unos 10 km; el espesor del canal, de hasta 20 cm.

Tabla 78

Resistividad y coeficiente de resistividad de temperatura de los metales (a la temperatura 20°C)

Metal	$\rho, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	α, grad^{-1}
Aluminio	0,028	0,0049
Bronce fosforoso	0,08	0,0040
Cinc	0,039	0,0035
Cobre	0,0175	0,0039
Cromo	0,027	—
Estañio	0,115	0,0042
Hierro	0,098	0,0062
Latón	0,025—0,06	0,002—0,007
Mercurio	0,958	0,0009
Níquel	0,037	0,0033

Tabla 78 (continuación)

Metal	$\rho, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	α, grad^{-1}
Níquel	0,100	0,0050
Plata	0,016	0,0036
Plomo	0,221	0,0041
Tantalo	0,155	0,0031
Volframio	0,055	0,0045

Observación. Los valores mencionados en la tabla son mediciones. Su magnitud para distintos patrones está en función con el grado de pureza, tratamiento térmico, etc.

El coeficiente de resistividad de temperatura de los metales puros se aproxima a $1/273^\circ = 0,00367 \text{ grad}^{-1}$.

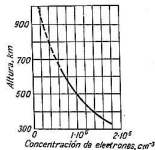


Fig. 46. Variación de la concentración de los electrones en la atmósfera a distinta altura (determinada por las mediciones efectuadas mediante los sondajes y cohetes). Con la línea de trazos se indican los valores supuestos.

Temperatura del paso de los metales y aleaciones al estado superconductor

Sustancia	T, °K	Sustancia	T, °K
Metales			
Circonio	0,3	Estañó	3,7
Cadmio	0,5	Mercurio	4,1
Cinc	0,8	Tantalo	4,4
Aluminio	1,2	Plomo	7,3
		Niobio	9,2

Tabla 79 (continuación)

Sustancia	T, °K	Sustancia	T, °K
Aleaciones			
Bi-Pt	0,16	Pb-Hg	4,1—7,3
Pb-Au	2,0—7,3	Sn-Hg	4,2
Sn-Zn	3,7	Pb-Ag	5,8—7,3
		Pb-Sb	6,6
		Pb-Ca	7,0
Combinaciones			
NiBi	4,2	NbC	9,2
PbSe	5,0	NbC	10,1—10,5
NbBi ₂	5,5	NbN	15—16
NbB	6	V ₂ Si	17,1
MoC	7,6—8,3	Nb ₃ Sn	18

Observaciones. 1. Hay varias aleaciones superconductoras con mayor número de componentes: metal de Rose (8,5 °K), metal de Newton (8,5 °K), metal de Wood (8,2 °K), Pb-As-Bi (9,0 °K), Pb-As-Bi-Sb (0,9 °K).

2. La resistencia de las uniones y aleaciones en el estado de paso a la superconductibilidad varía en considerable intervalo de temperaturas (a veces cerca de 2 °K). Además de esto la temperatura de transición está relacionada con el modo de tratamiento térmico de la aleación o unión. En dichos casos en la tabla van indicados los límites de variación de la temperatura de transición.

Aleaciones con gran resistencia óhmica
(a la temperatura de 20° C)

Aleaciones (composición en el %)	$\rho, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	α, grad^{-1}	$t_{\text{max}}, ^\circ \text{C}$
Constantán (38,8 Cu, 40 Ni, 1,2 Mn)	0,44—0,52	0,00001	500
Manganina (85 Cu, 12 Mn, 3 Ni)	0,42—0,48	0,00003	100
Nicrom (67,5 Ni, 15 Cr, 16 Fe, 1,5 Mn)	1,0—1,1	0,0002	1000
Niquelina (34 Cu, 20 Zn, 26 Ni)	0,38—0,45	0,00002	150—200
Plata alemana (65 Cu, 20 Zn, 15 Ni)	0,28—0,35	0,00004	150—200
Rectano (84 Cu, 12 Mn, 4 Zn)	0,45—0,52	0,0004	150—200
Fe-Cr-Al (80 Fe, 14 Cr, 6 Al) ...	1,1—1,3	0,0001	900

Observaciones. Van indicados los valores medios del coeficiente de resistividad de temperatura a en el intervalo de temperaturas desde 0° hasta 100° C. En la última columna van mencionadas las temperaturas de trabajo máximamente admisibles.

Los valores del coeficiente de resistividad de temperatura para el constantán varía desde $-0,00004$ hasta $+0,00001$ según el patrón. El menos muestra que con elevación de la temperatura disminuye la resistencia.

Tabla 81

Corrientes admisibles en los cables aislados
en el caso del trabajo prolongado, A

Material	Sección, mm ²	1	1,5	2,5	4	6	10	16	25
Aluminio	8	11	16	20	24	34	60	80	—
Cobre	11	14	20	25	31	43	75	100	—
Hierro	—	—	8	10	12	17	30	—	—

Tabla 82

Fusibles

Corriente, A	5	15	30	60	100
Diámetro del alambre estando de cobre, mm	0,213	0,508	0,914	1,42	2,03
Observación. La corriente nominal indicada en el fusible es la corriente límite que puede fluir durante largo tiempo. La corriente cuyo valor es 1,8—2 veces mayor que el nominal hace fundir muy pronto el hilo del fusible.					

Tabla 83

Resistividad de los electrolitos para diferentes concentraciones ρ'
(a la temperatura de 18° C)

Sustancia disuelta	ρ' , %	d , g/cm ³	ρ , Ω -cm	κ , grad ⁻¹
Ácido clorhídrico	5	1,023	2,5	0,0158
	20	1,1	1,3	0,0154
	40	1,2	1,9	—
Ácido nítrico	10	1,05	2,1	0,0145
	20	1,12	1,5	0,0137
	30	1,18	1,3	0,0139
	40	1,25	1,4	0,0150

Tabla 83 (continuación)

Sustancia disuelta	ρ' , %	d , g/cm ³	ρ , Ω -cm	κ , grad ⁻¹
Ácido sulfúrico	5	1,032	4,8	0,0121
	20	1,14	1,5	0,0145
	30	1,22	1,4	0,0162
	40	1,30	1,5	0,0178
Caparrosa azul	5	1,062	52,9	0,0216
	10	1,107	31,5	0,0218
	17,5	1,206	23,8	0,0236
Caparrosa blanca	5	1,062	52,4	0,0225
	10	1,107	31,2	0,0223
	20	1,232	21,3	0,0243
Hidrato sódico	5	1,05	5,1	0,0201
	10	1,11	3,2	0,0217
	20	1,22	3,0	0,0299
	40	1,43	8,3	0,0648
Sal amoníaco	5	1,011	10,9	0,0198
	10	1,029	5,6	0,0186
	20	1,057	3,8	0,0161
Sal común	5	1,034	14,9	0,0217
	10	1,071	8,3	0,0214
	20	1,148	5,1	0,0716

Observación. La resistividad de los electrolitos disminuye con elevación de la temperatura (a diferencia de los metales). Para las demás temperaturas la resistividad ρ_t puede ser calculada según la fórmula (compárese con la [4,30]) $\rho_t = \rho_{18} \times [1 - \alpha(t - 18^\circ)]$, donde α es el coeficiente de resistividad de temperatura indicado en la tabla, ρ_{18} es la resistividad a 18° C, t es la temperatura para la que se calcula ρ_t ; d es la densidad.

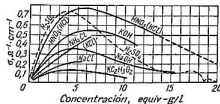


Fig. 47. Relación entre la conductividad eléctrica y la concentración de las soluciones acuosas de algunos compuestos (a 18° C).

Tabla 84

Fuerza termoelectromotriz de algunos pares de metales
mV

Temperatura de la unión soldada, °C	Platino — platino con 10 % de rodio	Hierro — — constantán	Cobre — — constantán
-200	—	8	5,5
100	0,64	5	4
200	1,44	11	9
300	2,32	16	15
400	3,25	22	21
500	4,22	27	—
600	5,22	33	—
700	6,26	39	—
800	7,33	46	—
1000	9,57	58	—
1500	15,50	—	—

Observación. La temperatura de otra unión soldada se mantiene a 0° C.

Tabla 85

Fuerza termoelectrónica diferencial (α) respecto al platino (a 0° C)

Metal	α , μ V/grad	Metal	α , μ V/grad
Antimonio	17,0	Hierro	16,0
Bismuto	-65,0	Níquel	-16,4
Antimonio de cinc ..	200	Óxido cuproso	1000
Cobre	7,4	Plomo telúrico	-300
Constantán	-34,4		

Observación. Los signos indican que la corriente en la unión calentada fluye desde el metal con menor valor algebraico de α . Por ejemplo, en el par cobre-constantán (fig. 48) en la soldadura calentada la corriente fluirá de constantán a cobre.

α , μ V/grad

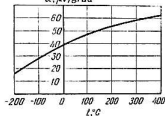


Fig. 48. Dependencia entre la fuerza termoelectromotriz diferencial y la temperatura para el par cobre-constantán.

Tabla 86

Equivalente electroquímico

Ion	equiv-g	K, mg/C	Ion	equiv-g	K, mg/C
H ⁺	1,008	0,0104	CO ₃ ²⁻	30,0	0,3168
O ²⁻	8,0	0,0829	Cu ²⁺	31,8	0,3297
Al ³⁺	9,0	0,0936	Zn ²⁺	32,7	0,3387
OH ⁻	17,0	0,1762	Cl ⁻	35,5	0,3672
Fe ³⁺	18,6	0,1930	SO ₄ ²⁻	48,0	0,4975
Cu ²⁺	20,1	0,2077	NO ²⁻	62,0	0,642
Na ⁺	23,0	0,2388	Cu ⁺	63,6	0,6590
Fe ²⁺	27,8	0,2895	Ag ⁺	107,9	1,118

Observación. El número de más o menos cerca del símbolo muestra el número de los cargos elementales transportados por un ion.

Tabla 87

Potenciales normales absolutos de los metales

Metal	U_{00} , V	Metal	U_{00} , V
Cadmio	-0,13	Manganeso	-0,78
Cine	-0,50	Mercurio	1,13
Cobre	0,61	Níquel	0,04
Cromo	-0,29	Plata	1,07
Hierro	-0,17	Plomo	0,13

Denominación de la pila	Polo negativo	Polo positivo	Solución	f. e. m., V
Acumulador ácido de plomo	Plomo esponjoso	Peróxido de plomo PbO_2	Solución de H_2SO_4 de 27—28 %, libre de cloro, densidad 1,20	2,0—1,9 a 15° C
Acumulador alcalino de plata-cinc	Oxido de cinc	Plata	Solución de potasa cáustica (KOH)	1,5
Acumulador alcalino de hierro-níquel (ferro-níquel) (o de níquel-cadmio)	Hierro en polvo (o cadmio con impureza de óxidos férricos)	Óxido de níquel	Solución de potasa cáustica de 20 % (KOH)	1,4—1,1
Pila de Weston (patrón normal)	Amalgama de cadmio	Mercurio	Solución saturada de $CdSO_4$, pasta de $HgSO_4$ y $CdSO_4$	1,0183
Pila Grenet (de bicromato potásico)	Cinc	Carbón	12 partes de $K_2Cr_2O_7$, 25 partes de H_2SO_4 , 100 partes de H_2O	2,01
Pila Daniell	Cinc	Cobre	Las soluciones cerca de electrodos se dividen: cinc en la solución de ácido sulfúrico (5—10 %), cobre en la solución saturada de caparrosa azul $CuSO_4$	1,1
Pila de Leclanché	Cinc	Carbón	Solución de sal amoníaco, peróxido de manganeso con polvo de carbón	1,46
Pila de Leclanché (seca)	Cinc	Carbón	1 parte de ZnO , 1 parte de NH_4Cl , 3 partes de $ZnCl_2$ y agua necesaria para obtener pasta	1,3

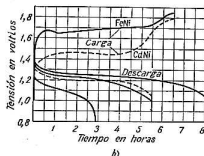
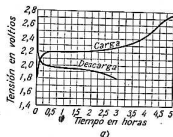


Fig. 49. a) Variación de la tensión en un recipiente de acumulador ácido al cargarlo con la corriente normal $\frac{Q}{4}$ A (Q es la capacidad de acumulador en A/h) y durante

la descarga con la corriente para el régimen de tres horas ($\frac{Q}{3}$ A); b) la variación de la tensión en un recipiente al cargar y descargar los acumuladores de ferro-níquel (líneas llenas) y de cadmio-níquel (líneas de trazos). La carga se efectúa en el régimen normal $\frac{Q}{6}$ A (6 h), la descarga, en el régimen de cinco horas ($\frac{Q}{5}$ A). Para los acumuladores de ferro-níquel van indicadas las curvas para el régimen de descarga de ocho ($\frac{Q}{8}$ A) y tres horas ($\frac{Q}{3}$ A).

Tabla 89

Movilidad de los iones en las soluciones acuosas (a 18° C)

Cationes	cm ² /s·V	Cationes	cm ² /s·V
H ⁺	0,003263	OH ⁻	0,00180
K ⁺	0,000669	Cl ⁻	0,00068
Na ⁺	0,000430	NO ₃ ⁻	0,00062
Ag ⁺	0,00035	SO ₄ ⁻	0,00068
Zn ⁺⁺	0,00048	CO ₃ ⁻	0,00062
Fe ⁺⁺⁺	0,00046		

Observaciones. 1. Al elevarse la temperatura a 1° C las movilidades de los iones aumentan en el 2 % aproximadamente.
2. El número de más o menos cerca del símbolo determina el número de las cargas elementales transportadas por el ion.

Tabla 90

Movilidad de los electrones en los metales
(en cm²/s·V)

Metal	Ag	Na	Be	Cu	Al	Li	Al	Cd	Zn
Movilidad	56	48	44	35	30	19	10	7,9	5,8

Observación. Prácticamente la intensidad del campo en el interior de los metales no sobrepasa 0,001 V/cm, por eso los valores numéricos de las velocidades de los electrones serán mucho menores que los valores numéricos de las movilidades mencionadas en la tabla. Es muy fácil obtenerlos de la correlación (4.24) utilizando los valores admisibles de la corriente dados en la tabla 81.

Tabla 91

Movilidad de los iones en los gases
(para 760 mm Hg y 20° C, cm²/s·V)

Gas	Iones positivos	Iones negativos	Gas	Iones positivos	Iones negativos
Aire saturado de vapores de agua	1,4	2,1	Hidrógeno	6,3	8,1
Aire seco	1,4	1,9	Nitrógeno	2,7	—
Argón	1,5	1,7	Oxígeno	1,3	1,8
Gas carbónico ...	0,8	0,8	Vapores de mercurio (presión de 1 mm Hg)	220	—
Helio	16,0	—			

Observaciones. 1. En general la movilidad depende de la relación entre la intensidad del campo eléctrico en un gas E y la presión del gas p . Siendo pequeños los valores E/p la movilidad queda constante; con los valores de las velocidades ordenadas de los iones que pueden compararse con las velocidades de su movimiento térmico, la movilidad de los iones varía.
2. La movilidad de los iones de un tipo dado varía inversamente proporcional a la densidad del gas; siendo constante la temperatura la movilidad se cambia inversamente proporcional a la presión (en el intervalo de presiones comprendido entre 0,1 mm Hg y 60 at). De la magnitud de la carga de ion la movilidad depende muy poco.
3. En sumo grado la movilidad está relacionada con la pureza del gas. Por eso los valores que se dan en la tabla se debe considerar como aproximados.

Tabla 92

Trabajo de ionización

Ionización	E_{ion} , eV	Ionización	E_{ion} , eV
He → He ⁺	24,5	H → H ⁺	13,5
Ne → Ne ⁺	21,5	O → O ⁺	13,5
Na → Na ⁺	15,8	H ₂ O → H ₂ O ⁺	13,2
Ar → Ar ⁺	15,7	Xe → Xe ⁺	12,8
H ₂ → H ₂ ⁺	15,4	O ₂ → O ₂ ⁺	12,5
N → N ⁺	14,5	Hg → Hg ⁺	10,4
CO ₂ → CO ₂ ⁺	14,4	Na → Na ⁺	5,1
Kr → Kr ⁺	13,9	K → K ⁺	4,3

Tabla 93

Constantes de emisión de los metales y semiconductores

Elemento	ϕ , eV	A' , A/cm ² ·grad ²	Elemento	ϕ , eV	A' , A/cm ² ·grad ²
Aluminio	3,74	—	Molibdeno	4,37	115
Antimonio	2,35	—	Níquel	4,84	30
Bario	2,29	—	Platino	5,29	32
Cesio	1,89	160	Selenio	4,72	—
Cobre	4,47	65	Silicio	4,10	—
Cromo	4,51	48	Telurio	4,12	—
Estadio	4,31	—	Torio	3,41	70
Germanio	4,56	—	Volframio	4,50	60—100
Hierro	4,36	26	Uranio	3,74	—

Observación. El trabajo de salida depende mucho de la limpieza de las superficies y las impurezas. Los datos de la tabla se refieren a las muestras puras.

Tabla 94

Constantes de emisión de las películas en los metales

Metal	Película	ϕ , eV	A' , A/cm ² ·grad ²
Molibdeno	Torio	2,58	1,5
Tantalio	Torio	2,52	0,5
Volframio	Bario	1,56	1,5
Idem	Torio	2,63	3,0
Idem	Uranio	2,81	3,2
Idem	Cesio	1,36	3,2
Idem	Zirconio	3,14	5,0

Tabla 95

Constantes de emisión de los cátodos revestidos de óxido

Tipo del cátodo	ϕ , eV	A' , A/cm ² ·grad ²
Bario sobre el volframio oxidado	1,10	0,3
Níquel—BaO—SrO	1,20	0,96
Bario—óxigeno—volframio	1,34	0,18
Pt—Ni; BaO—SrO	1,37	2,45
BaO sobre la aleación de níquel	1,50—1,83	0,087—2,18
Cátodo de torio oxidado (valor medio)	2,59	4,35

Tabla 96

Propiedades de los semiconductores

t_{fus} es la temperatura de fusión, ΔE_0 es la anchura de la banda prohibida, u_+ , u_- son las movilidades de electrones y huecos

Sustancia	t_{fus} , °C	ΔE_0 , eV	u_+ , cm ² /s·V	u_- , cm ² /s·V
Boro (B)	2300	1,1	10	10
Grafito (C)	—	0,1	—	—
Diamante (C)	—	6—7	1800	1200
Silicio (Si)	1414	1,12	1900	500
Germanio (Ge)	938	0,75	3900	1900
Estadio (gris) Sn	—	0,08	3000	—
Azufre (S)	113	2,4	—	—
Selenio (gris) Se	220	2,3	—	—
Telurio (Te)	432	0,36	1700	1200
Yodo (I)	113,5	1,3	25	—
As ₂ Te	955	0,17	4000	—
HgTe	670	0,2	10 000	100
B ₂ Te	585	0,25	600	150
Mg ₂ Sn	778	0,36	200	150
PbSe	1065	0,5	1400	1400
ZnTe	1240	0,6	100	—
PbS	1114	1,2	650	800
AgBr	430	1,35	35	—
CdTe	1045	1,45	450	100
Cu ₂ O	1232	1,5—1,8	—	100
Al ₂ O ₃	2050	2,5	—	—
ZnO	1975	3,2	200	—

Observación. Los valores de las movilidades van indicados para la temperatura ambiente siendo las intensidades menores que el campo crítico.

Como la movilidad está en función de la intensidad del campo eléctrico se puede observar en los semiconductores la divergencia de la ley de Ohm. La intensidad mínima del campo a partir de la cual se observa la divergencia de la ley de Ohm se denomina campo crítico (E_{cr}). A la $t=20^\circ\text{C}$ en

germanio de $nE_{cr}=900\text{ V/cm}$

germanio de $pE_{cr}=1400\text{ V/cm}$

silicio de $nE_{cr}=2500\text{ V/cm}$

silicio de $pE_{cr}=7500\text{ V/cm}$

Al disminuir la temperatura, el campo crítico disminuye.

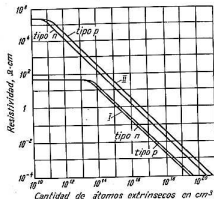


Fig. 50. Razón entre la resistividad del germanio (I) y del silicio (II), y la concentración de los átomos extrínsecos. La temperatura es de unos 20° C.

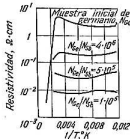


Fig. 51. Resistencia del germanio en función de la temperatura. En el eje de ordenadas van marcados los valores de la resistencia en la escala logarítmica, en el eje de abscisas, la magnitud inversa a la temperatura absoluta; N_A es el número de átomos de germanio, N_D es el número de átomos de antimonio.

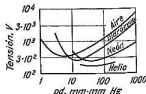


Fig. 52. Relación entre la tensión disruptiva para los electrodos metálicos planos y la magnitud pd (p es la presión de gas, d es la distancia entre los electrodos).

Espacios de chispa para el aire
(en mm, a la presión de 760 mm Hg)

Forma de electrodos metálicos	Dos puntas	Dos bolas de 5 cm de diámetro	Dos planos
Tensión, V			
20.000	15,5	5,8	6,1
40.000	45,5	13	13,7
100.000	200	45	36,7
200.000	410	262	75,3
300.000	600	530	114

C. ELECTROMAGNETISMO

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

1. Inducción del campo magnético. Interacción de las corrientes. Momento magnético

Dos conductores con corriente, un conductor con corriente y un imán, dos imanes accionan entre sí. Esta acción mutua se efectúa por medio del campo que se denomina *magnético*. El campo magnético surge como resultado del movimiento ordenado de las cargas; el campo magnético de los imanes se crea por el movimiento ordenado de los electrones en átomos. Alrededor de las cargas inmóviles no aparece un campo magnético.

Se puede revelar el campo magnético por su acción sobre los conductores con corriente (o cargas en movimiento) y las agujas magnéticas: dichas fuerzas se llaman *magnéticas*; el campo magnético no actúa sobre las cargas inmóviles.

Para caracterizar el campo magnético se introduce la magnitud vectorial B que se denomina *inducción del campo magnético*. La dirección del vector de inducción del campo magnético coincide con la dirección de la fuerza que actúa sobre el extremo Norte de la aguja magnética dispuesta en el punto dado del campo. La magnitud de la fuerza que ejerce sobre el conductor con corriente colocado en el campo magnético se determina por la *ley de Ampère*:

$$dF = kI dB \sin \beta, \quad (4.48)$$

donde I es la intensidad de corriente, $d\ell$ es pequeña (elemental) longitud del conductor (elemento de longitud del conductor),

B es la inducción del campo magnético, β es el ángulo entre B y $d\mathbf{l}$; el elemento de longitud del conductor $d\mathbf{l}$ es el vector cuya dirección coincide con la dirección de la corriente; el producto $i d\mathbf{l}$ se llama *elemento de corriente*. El coeficiente de proporcionalidad k está en función de la unidad que se escoge; si las mediciones de todas las magnitudes se efectúan en un sistema, k es igual a 1.

La inducción del campo magnético es igual numéricamente a la fuerza con que el campo magnético actúa sobre el elemento unitario de la corriente ($i d\mathbf{l}=1$) dispuesto perpendicularmente al vector de inducción.

La inducción magnética depende de las propiedades del medio.

En el SI la unidad para medir la inducción es tesla (T). Una tesla es la inducción de tal campo que actúa sobre el elemento único de corriente $i d\mathbf{l}=1$ A·m, situado perpendicularmente al vector de inducción, con fuerza igual a 1 N.

Para medir las magnitudes que caracterizan el campo magnético se utilizan, frecuentemente, el sistema de unidades CGSM (véase la pág. 156) en el cual por la unidad de la intensidad de corriente se toma la magnitud igual a 10 A. En este sistema la unidad de inducción es gaussio (Gs).

Un gaussio es la inducción de tal campo que actúa sobre el elemento de corriente $i d\mathbf{l}=10$ A·cm, dispuesto perpendicularmente al vector de inducción, con fuerza igual a 1 din;

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gs.}$$

Para caracterizar el campo magnético en el vacío se introduce la magnitud que se denomina *intensidad del campo magnético* H la cual es igual numéricamente a la inducción del campo magnético en el vacío. Las dimensiones B y H en el sistema CGSM son iguales, en el SI difieren una de otra.

Para determinar la intensidad del campo magnético se debe eliminar la sustancia del espacio en el cual existe el campo magnético y después medir la fuerza que actúa sobre el elemento único de corriente ($i d\mathbf{l}=1$), colocado perpendicularmente al vector de inducción.

La intensidad del campo magnético no depende de las propiedades del medio, sino se determina sólo por la intensidad de corriente y la forma del conductor.

La relación $B/H = \mu_0$ se llama permeabilidad magnética absoluta del medio.

La intensidad del campo magnético es una magnitud vectorial que coincide (en el medio homogéneo) en dirección con el vector de la inducción magnética, pero por la magnitud es μ_0 veces menor que él.

El valor numérico μ_0 se expresa en unidades relativas (con respecto al valor absoluto de la permeabilidad (magnética) del vacío

μ_0). La magnitud $\mu = \mu_0/\mu_0$ se denomina *permeabilidad (magnética) relativa* (o simplemente *permeabilidad magnética*). Ella no depende del sistema de unidades escogido.

La dirección de la fuerza que actúa sobre el conductor con corriente se determina por la *regla de la mano izquierda* (de Fleming); si la palma de la mano izquierda la colocamos de manera que las líneas de fuerza del campo magnético la atraviesen y los dedos extendidos indiquen el sentido de la corriente, entonces el pulgar nos indicará el sentido de la fuerza del campo que actúa sobre el conductor (fig. 53).

Dos conductores con corriente paralelos y rectilíneos, bastante largos, accionan uno con otro de modo siguiente: si el sentido de las corrientes es igual, los conductores se atraen, y si sus sentidos son opuestos, se repelen.

La expresión matemática de esta ley tiene la forma siguiente:

$$F = \frac{2\mu i_1 i_2}{a} l \text{ (CGSM),} \quad (4.49)$$

$$F = \frac{\mu \mu_0 i_1 i_2}{2\pi a} l \text{ (SI),} \quad (4.50)$$

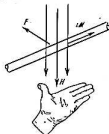


Fig. 53. Regla de la mano izquierda.

donde a es la distancia entre los conductores, l es la longitud de los conductores, i_1, i_2 es la intensidad de corriente en dichos conductores, μ es la permeabilidad magnética del medio.

Sobre la carga que se desplaza en el campo magnético actúa una fuerza (que se llama *fuerza de Lorentz*)

$$F_L = qvB \sin \alpha, \quad (4.51)$$

donde q es la carga de la partícula, v es la velocidad, α es el ángulo entre la dirección de la velocidad y la inducción B . La fuerza de Lorentz está dirigida perpendicularmente al plano en el cual se encuentran los vectores B y v .

Sobre el circuito plano de la corriente colocado en el campo magnético ejerce el momento de fuerzas M :

$$M = ISB \sin \alpha, \quad (4.52)$$

donde i es la intensidad de corriente, S es el área del circuito, B es la inducción del campo, α es el ángulo entre la normal del plano de la espira y el vector B .

La magnitud $p_m = iS$ se llama *momento magnético* del circuito. El momento magnético es una magnitud vectorial. El sentido del momento magnético se determina por la regla del tornillo derecho: si hacemos girar la cabeza de un tornillo en la dirección de la corriente en el circuito, entonces el desplazamiento de traslación del tornillo coincidirá con el sentido p_m .

El momento magnético de algunos circuitos de corriente es igual a la suma vectorial de sus momentos.

El momento magnético de la partícula (con la carga q), que se desplaza por la órbita circular de radio R y a la velocidad lineal v , es igual a

$$p_m = \frac{1}{2} qvR. \quad (4.53)$$

2. Sistemas de unidades CGSM y SI

En el sistema CGSM (sistema absoluto de unidades magnéticas) por las unidades fundamentales se toman el centímetro, el gramo (masa), el segundo, y por la unidad principal para las magnitudes eléctricas se toma la permeabilidad magnética del vacío ($\mu_0 = 1$). La unidad de la intensidad de corriente en dicho sistema es derivada y se determina por la ley de acción mutua de las corrientes.

Por la unidad de la intensidad de corriente en el CGSM se toma la corriente continua, la que pasando por dos conductores infinitamente largos y paralelos, dispuestos en el vacío a distancia de 1 cm uno respecto al otro produce entre ambos una fuerza de interacción de 2 din en 1 cm de longitud. En este caso se sobreentiende que la sección de ambos conductores es bastante pequeña.

En el SI por las unidades principales se toman el metro, el kilogramo (masa), el segundo y la intensidad de corriente igual a un amperio.

Por la intensidad de corriente igual a 1 A se toma la intensidad de tal corriente continua que pasando por dos conductores delgados, paralelos, de longitud infinita y situados a un metro de distancia el uno del otro, produce entre ambos una fuerza de interacción de $2 \cdot 10^{-7}$ N por un metro de longitud;

1 amperio = 0,1 de unidad de intensidad de corriente en el CGSM.

La permeabilidad magnética en el SI es una magnitud derivada. Para el vacío es:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{henrio}}{\text{metro}} = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}.$$

3. Intensidad de los campos magnéticos de las corrientes

Se llaman *líneas de fuerza* de un campo magnético aquellas líneas cuyas tangentes coinciden con la dirección y el sentido (de la intensidad) de este campo en el punto dado. Las líneas de fuerza magnéticas del campo son cerradas (a diferencia de las de fuerza del campo electrostático); tales campos se denominan *rotacionales* (figs. 54—55). Las líneas de fuerza de la corriente rectilínea son las

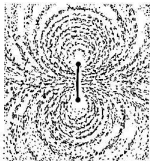


Fig. 54. Líneas de fuerza del campo magnético de la corriente circular que se localizan por la acción del campo sobre el serrín de hierro.

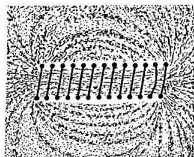


Fig. 55. Líneas de fuerza del campo magnético de un solenoide que se localizan por la acción del campo sobre el serrín de hierro.

circunferencias concéntricas que se encuentran en el plano perpendicular al conductor (fig. 56). La dirección de la línea de fuerza del campo magnético se determina de acuerdo con la regla del tornillo derecho: si el tornillo lo hacen girar de manera que él se desplace a translación en el sentido de la corriente, la dirección de rotación de su cabeza coincidirá con el sentido de las líneas de fuerza.

La intensidad del campo magnético creada por el elemento de corriente idl , es igual, en el sistema CGSM, (fig. 56) a

$$\Delta H = \frac{idl \sin \alpha}{r^2} \quad (4.54)$$

y en el SI, a

$$\Delta H = \frac{idl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (4.55)$$

donde r es la distancia desde el elemento de corriente hasta el punto en el cual se define la intensidad, α es el ángulo entre r e idl . Dicha relación lleva el nombre de la ley de Biot—Savart—Laplace.

La intensidad del campo magnético del conductor de corriente rectilíneo y largo es (esta fórmula y las que se van a continuación se dan en los sistemas CGSM y SI):

$$H = \frac{2i}{a}, \quad H = \frac{i}{2\pi a}, \quad (4.56)$$

donde a es la distancia desde el conductor hasta el punto del campo en el cual se define la intensidad.

La intensidad del campo magnético en el centro de la corriente circular es:

$$H = \frac{2\pi i}{R}, \quad H = \frac{i}{2R}, \quad (4.57)$$

donde R es el radio de la espira.

La intensidad del campo en el interior de la bobina toroidal (fig. 57) es:

$$H = \frac{2Ni}{r}, \quad H = \frac{Ni}{2\pi r}, \quad (4.58)$$

donde N es el número total de las espiras, r es el radio medio del toroide.

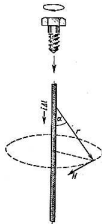


Fig. 56. Para la ley de Biot—Savart—Laplace. Regla del tornillo.

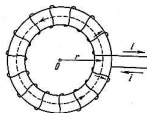


Fig. 57. Bobina toroidal (toroide).

La intensidad del campo en el interior del solenoide directo cuya longitud es mucho mayor que el diámetro de las espiras, es:

$$H = 4\pi ni, \quad H = ni, \quad (4.59)$$

donde n es el número de las espiras por unidad de longitud del solenoide. La intensidad del campo en dicho solenoide tiene igual magnitud y sentido en todos los puntos, es decir, el campo es *uniforme* (homogéneo).

La intensidad del campo de una partícula cargada móvil (fig. 58) es:

$$H = \frac{qv \sin \theta}{r^2}, \quad H = \frac{qv \sin \theta}{4\pi r^2}, \quad (4.60)$$

donde v es la velocidad de la partícula, r es la distancia desde la partícula hasta el punto del campo en el que se determina la intensidad, θ es el ángulo entre la dirección de velocidad y la línea recta trazada desde la partícula hacia el punto dado del campo.

La unidad de intensidad del campo magnético en el sistema CGSM es oerstedio (Oe); en el SI, amperio por metro (A/m). 1 A/m es la intensidad del campo magnético que se crea por un conductor de corriente de 4πA, rectilíneo, de longitud infinita, situado a distancia de 2 m de éste. 1 Oe es la intensidad del campo magnético creado por un conductor de corriente de 1 unidad CGSM (10 A), rectilíneo, de longitud infinita, situado a distancia de 2 cm con respecto a él:

$$1 \text{ A/m} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe.}$$

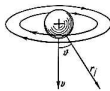


Fig. 58. Campo magnético de una partícula en movimiento.

4. Trabajo durante el desplazamiento del conductor con corriente en el campo magnético. Inducción electromagnética

Al desplazarse un conductor con corriente en el campo magnético se efectúa un trabajo

$$A = i(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (4.61)$$

donde Φ_1 es el flujo magnético a través del circuito de corriente al iniciarse el desplazamiento, Φ_2 es el flujo magnético al final del desplazamiento.

Se denomina *flujo magnético* a través de cualquier circuito (en el campo uniforme) el producto de inducción magnética B por la superficie S de este circuito y por el coseno del ángulo entre el sentido del campo y la normal a la superficie del circuito (fig. 59):

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (4.62)$$

La unidad del flujo magnético en el CGSM es maxwellio (Mx); en el SI, weber (We).

El variable flujo magnético excita el campo eléctrico con las líneas de fuerza cerradas (campo eléctrico rotacional). En el con-

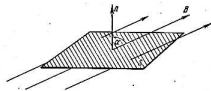


Fig. 59. Flujo magnético a través del área S .

ductor el campo inducido se revela como acción de fuerzas extrañas (pag. 128). Este fenómeno se denomina la *inducción electromagnética*, y la f.e.m. que aparece en este caso es la *f.e.m. de inducción*.

Las corrientes que se deben a la f.e.m. de inducción se llaman *las de inducción*.

El sentido de la corriente de inducción es tal que su campo magnético impide la variación de aquel campo magnético que engendró la corriente de inducción (la *ley de Lenz*).

La magnitud de la fuerza electromotriz de inducción puede ser calculada por la fórmula

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad (4.63)$$

De este modo la f.e.m. de inducción es igual por la magnitud absoluta a la velocidad de variación del flujo magnético a través de la superficie limitada por el circuito.

Los signos de f.e.m. y $\Delta\Phi/\Delta t$ son contrarios (según la ley de Lenz).

5. Autoinducción

En el caso de cualquiera variación de la corriente en el conductor surge la f.e.m. de inducción que se excita por el flujo magnético de dicha corriente. Este fenómeno se denomina *autoinducción*.

Se puede hallar la f.e.m. utilizando la fórmula

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}, \quad (4.64)$$

donde L es el *coeficiente de autoinducción* o la *inductancia*, di/dt es la velocidad a la que se varía la corriente. L depende de la forma y las dimensiones del conductor, así como de las propiedades del medio.

Por la unidad de la variación de la inductancia, en el SI, se toma henrio (H), en el CGSM, el centímetro (cm).

Un henrio comprende la inductancia de tal conductor en el cual, variándose la corriente en 1 A por un segundo, surge la f.e.m. de autoinducción igual a un voltio;

$$1 \text{ H} = 10^9 \text{ cm}.$$

Todos las fórmulas de este párrafo se dan en los sistemas CGSM y SI.

La inductancia de solenoide con un núcleo es:

$$L = k \frac{4\pi\mu SN^2}{l}, \quad L = k \frac{\mu\mu_0 SN^2}{l}, \quad (4.65)$$

donde μ es la permeabilidad magnética, N es el número de espiras, S es el área de la sección transversal del solenoide, l es la longitud del arrollamiento, k es el coeficiente que depende de la relación entre la longitud de arrollamiento y el diámetro de la bobina l/d . Los valores de k se dan en la tabla 107. Señalemos que calculando la L por la fórmula (4.65) hay que tener en cuenta que la magnitud μ para los materiales ferromagnéticos depende de la forma del núcleo.

La inductancia del cable coaxial de longitud l es:

$$L = 2\mu l \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad L = \frac{\mu\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (4.66)$$

donde R_2 y R_1 son los radios de los cilindros exterior e interior respectivamente.

La inductancia de la línea biconductora de longitud l con el radio de sección de los conductores r es:

$$L = 4\mu l \ln \frac{a}{r}, \quad L = \frac{\mu\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{a}{r}, \quad (4.67)$$

donde a es la distancia entre los ejes de conductores (a condición de que $r \ll a$).

La energía del campo magnético en torno al conductor con corriente es:

$$W = \frac{1}{2} Li^2. \quad (4.68)$$

En el espacio donde hay campo magnético se encuentra una energía distribuida. La densidad de energía del campo magnético uniforme (la energía en unidad de volumen) se determina por las fórmulas

$$w = \frac{\mu H^2}{8\pi}, \quad w = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (4.69)$$

La fuerza sustentadora del electroimán es:

$$F = \frac{B^2 S}{8\pi}, \quad F = \frac{B^2 S}{2\mu_0}, \quad (4.70)$$

donde S es el área de la sección transversal del polo del electroimán.

Las corrientes turbulentas (o corrientes Foucault) son corriente inducidas que surgen en los conductores macizos colocados en el campo magnético variable.

6. Propiedades magnéticas de una sustancia

En todos los cuerpos colocados en el campo magnético aparece momento magnético. Dicho fenómeno se denomina *imantación* (imantación).

El cuerpo imantado (un magnético) crea un campo magnético adicional con inducción B' la cual acciona mutuamente con la inducción $B_e = \mu_0 H$ debida a las corrientes macroscópicas. Los dos campos engendran el campo resultante con inducción B que se obtiene como resultado de adición vectorial B' y B_e .

Por las moléculas de la sustancia circulan corrientes cerradas; cada corriente tiene momento magnético (véase la pág. 155); ausente el campo magnético exterior, las corrientes moleculares se orientan caóticamente y el campo medio cerrado y creado por ellas es igual a cero. Bajo la acción del campo magnético los momentos magné-

ticos de las moléculas se orientan principalmente a lo largo del campo a consecuencia de que la sustancia se imanta. De medida de imantación de la sustancia (un magnético) sirve el vector de imantación. El vector de imantación I es igual a la suma vectorial de todos los momentos magnéticos p_m de las moléculas que se hallan en la unidad de volumen de la sustancia:

$$I = \frac{1}{V} \sum p_m.$$

El vector de imantación es proporcional al vector de intensidad del campo magnético:

$$I = \chi H. \quad (4.71)$$

La magnitud χ se denomina *susceptibilidad magnética*; χ es la magnitud sin dimensión.

En el SI

$$B' = \mu I,$$

$$B = \mu_0 H + \mu_0 I,$$

$$\mu = 1 + \chi,$$

En el CGSM

$$B' = 4\pi I, \quad (4.72)$$

$$B = H + 4\pi I, \quad (4.73)$$

$$\mu = 1 + 4\pi\chi. \quad (4.74)$$

La curva que expresa la relación entre H y B o H e I se denomina la *curva de imantación* (magnetización).

Las sustancias para las cuales $\chi > 0$ (pero insignificamente) se llaman *paramagnéticas* (o simplemente *materiales paramagnéticos*); las sustancias para las cuales $\chi < 0$ se denominan *diamagnéticas*. Las sustancias para las cuales χ es mucho mayor que la unidad se llaman *ferromagnéticas*.

Las sustancias ferromagnéticas se diferencian de las paramagnéticas y diamagnéticas por una serie de propiedades.

a) La curva de imantación de los materiales ferromagnéticos tiene carácter complicado (véase la fig. 60), para los paramagnéticos ella representa una línea recta con el coeficiente angular positivo, y para los diamagnéticos, una línea recta con el coeficiente angular negativo. La susceptibilidad magnética y la permeabilidad de los materiales ferromagnéticos está en función de la intensidad del campo; los paramagnéticos y diamagnéticos no tienen dicha dependencia.

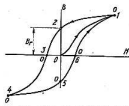


Fig. 60. Ciclo de histéresis. 0—1 es la curva de imantación desde el estado de desimantación, 1—2—3, curva de desimantación.

Para los ferromagnéticos suele indicarse la permeabilidad magnética inicial (μ_{in}), el valor límite de la permeabilidad magnética, cuando la intensidad y la inducción del campo se aproximan al cero, es decir,

$$\mu_{in} = \lim_{H \rightarrow 0} \mu.$$

La curva, que muestra la relación entre μ y H para los ferromagnéticos, pasa a través del límite máximo (véase la fig. 62, a). En las tablas suele indicarse también el valor máximo de $\mu_{máx}$.

b) la susceptibilidad magnética de los ferromagnéticos aumenta elevándose la temperatura. A cierta temperatura T_C el ferromagnético se convierte en paramagnético; esta temperatura se llama *temperatura (punto) de Curie*. Siendo las temperaturas superiores al punto de Curie la sustancia representa un material paramagnético. Cerca de la temperatura de Curie la susceptibilidad magnética del ferromagnético aumenta bruscamente.

La susceptibilidad magnética de los diamagnéticos y de algunos paramagnéticos (por ejemplo, en los metales alcalinos) no depende de la temperatura. La susceptibilidad magnética de los paramagnéticos (a poca excepción) se cambia inversamente proporcional a la temperatura absoluta.

c) Un material ferromagnético desimantado se imanta por el campo magnético; la relación entre B (o I) y H durante la imantación se expresa por la curva $0-1$ (fig. 60). Esta curva se denomina la *curva inicial de imantación*. En los campos magnéticos débiles la imantación aumenta rápidamente, luego el crecimiento se retarda y por fin, llega el estado de saturación, con el cual la imantación se queda prácticamente permanente intensificándose ulteriormente el campo.

El valor máximo de imantación se denomina *imantación de saturación* (I_s).

Al disminuir H hasta el cero, B (o I) varían según la curva $1-2$; tiene lugar el retraso de variación de la inducción con respecto a la de la intensidad del campo. Dicho fenómeno lo denominan *histéresis magnética*.

La magnitud de inducción que se queda en el cuerpo ferromagnético quitado el campo (cuando $H=0$) se llama *inducción remanente* (B_r). En la fig. 60 B_r es igual al segmento $0-2$. Para desimantar un material ferromagnético se debe quitar la inducción remanente. En este caso es necesario crear un campo del sentido opuesto. La variación de la inducción en el campo del sentido opuesto se expresa por la curva $2-3-4$.

La intensidad del campo H_c (el segmento $0-3$ en la fig. 60) con que la inducción es igual a cero se denomina *fuerza (intensidad) coercitiva*.

La razón entre B (o I) y la intensidad del campo magnético que varía periódicamente de $+H$ a $-H$ va expresada por la curva cerrada $1-2-3-4-5-6-1$. Dicha curva se llama *bucle (ciclo) de histéresis*.

En un ciclo de variar la intensidad del campo desde $+H$ hasta $-H$ se gasta la energía proporcionalmente al área del bucle de histéresis.

Las propiedades de los cuerpos ferromagnéticos se deben a la presencia de las regiones las cuales, ausente el campo magnético exterior, están autoimantadas hasta la saturación. Dichas regiones se llaman *dominios*. Estas regiones se disponen y están imantadas de tal modo que en el caso de ausencia del campo la imantación común de todo el cuerpo sea igual a cero.

Encontrándose el cuerpo ferromagnético en el campo magnético, los límites entre los dominios se desplazan (en campos débiles) y los vectores de imanación de los dominios dan vuelta al sentido del campo que imanta (en los campos más fuertes), debido a lo cual el ferromagnético se imanta.

Un ferromagnético colocado en el campo magnético varía sus dimensiones lineales, es decir, se deforma. Dicho fenómeno se denomina *magnetostricción*. El alargamiento relativo está en función de la naturaleza del material ferromagnético y la intensidad del campo magnético.

La magnitud del efecto de magnetostricción no depende del sentido del campo magnético; en unas sustancias se observa el proceso de acortamiento (níquel), en otras, el proceso de alargamiento (hierro en los campos débiles) a lo largo del campo. Este fenómeno se utiliza para recibir oscilaciones ultrasónicas con frecuencias de hasta 100 kHz.

TABLAS Y GRÁFICAS

Campo magnético de la Tierra

La Tierra está rodeada por un campo magnético.

Los puntos de la Tierra en los cuales la intensidad del campo magnético tiene dirección vertical se denominan *polos magnéticos*. Son dos tales puntos en la Tierra: polo magnético norte y polo sur magnético.

Una línea recta imaginaria que pasa a través de los polos magnéticos se llama *eje magnético de la Tierra*. La circunferencia del círculo grande en el plano que es perpendicular al eje magnético se denomina *ecuador magnético*. La intensidad del campo magnético en los puntos del ecuador magnético está orientado horizontalmente.

La intensidad del campo magnético en el ecuador magnético es de unos 0,34 Oe, y cerca de los polos, de unos 0,66 Oe. En algunas

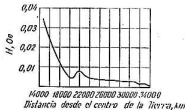


Fig. 61. Intensidad del campo magnético de la Tierra a grandes alturas.

regiones (en así llamadas zonas de anomalías magnéticas) la intensidad aumenta bruscamente. En la región de anomalía magnética de Kursk llega a 2 Oe.

Propiedades de aceros al silicio*

Tipo de acero	H_{10} , Gs/Oe	H_{20} , Gs/Oe	H_c , Oe	B (con 25 Oe) Gs	Φ , Ω -mm ² /m
3(E) 31	250	5.500	0,55	14.600	0,5
3(E) 41	300	6.000	0,45	14.600	0,6
3(E) 42	400	7.500	0,4	14.500	0,6
3(E) 45	600	10.000	0,25	14.600	0,6
3(E) 310	1.000	30.000	0,12	17.500	0,5

* Las designaciones vea en las pág. 163—164.

Tabla 99

Propiedades de ferroaleaciones a base de níquel*

Estas aleaciones tienen alta permeabilidad magnética la cual disminuye bruscamente siendo grandes las intensidades del campo y altas las frecuencias. Además de esto μ depende mucho de las tensiones mecánicas.

Aleación	H_{10} , Gs/Oe	H_{20} , Gs/Oe	H_c , Oe	I_s , Gs	Φ , Ω -mm ² /m
79 HM (NM)	20.000	100.000	0,03	8.000	0,55
80 HXC (NJS)	35.000	120.000	0,015	7.000	0,62
50 HXC (NSJ)	3.000	30.000	0,2	10.000	0,85
50 H (N)	3.000	35.000	0,12	15.000	0,45
65 H (NP)	3.000	100.000	0,1	13.000	0,35
50 H (NP)	2.000	20.000	0,2	15.500	0,45
Mo-permalloy	20.000	75.000	0,03	8.500	0,55
78,5 Ni-permalloy	10.000	100.000	0,025	10.700	0,16

* Las designaciones vea en las pág. 163—164.

Tabla 100

Propiedades de los materiales magnéticos duros

Dichos materiales se caracterizan por alta fuerza coercitiva y se emplean para fabricar imanes permanentes. Su característica más importante es el valor máximo de la magnitud HB/δ_n . Esta magnitud es proporcional a la energía máxima del campo magnético que rodea el cuerpo ferromagnético.

Material del imán	H_c , Oe	B_r , Gs	HB/δ_n , erg/cm ³
Aleaciones:			
alei 1 (AlNi1)	250	7.000	28.000
alei 3 (AlNi3)	500	5.000	36.000
alei4 (AlNi4)	750	4.000	43.000
alnico 12 (AlNiCO1)	500	6.800	55.000
alnico 18 (AlNiCO3)	650	9.000	97.000
magnico (ANCOAlNiCO4)	500	12.300	150.000
Aceros: EX3 (EJ3)	60	9.500	12.000
E 7B6 (E 7V6)	62	10.000	13.000
EX 5K5 (EJ5K5)	100	8.500	18.000
EX9K15M	170	8.000	28.000
Aleaciones magnéticas a base de platino	$1,5-4 \cdot 10^3$	$3-6 \cdot 10^3$	$1-1,5 \cdot 10^4$
Ferritos de bario	$1,6-2,9 \cdot 10^3$	$1,8-4 \cdot 10^3$	$3-15 \cdot 10^4$

Tabla 101

Propiedades de magnetodiélectricos

Los magnetodiélectricos constan de menudas partículas ferromagnéticas (10^{-1} — 10^{-4} cm) que están enlazadas por medio de un dieléctrico; la resistividad de estos materiales se comprende entre los límites de 1 a 400 Ω -cm; α es el coeficiente de resistencia de temperatura.

Material	μ , Gs/Oe	α , 10^{-4} grad $^{-1}$
Permalloy prensado T4—180	160—200	+400
Alsiifer T4—90	75—85	+400
Alsiifer T4—60	55—65	-300, -400
Alsiifer B(V)4—32	30—34	-200, +250
Hierro de carbonilo K—12	11—14	-50, +50
Alsiifer P(R)4—6	5—8	-80, -150
Ferroalst K—9	9—10	-50, +50

Tabla 102

Fundamentales propiedades de las ferritas

Las ferritas representan una mezcla de óxidos de metales (níquel, cinc, hierro) sometidos a especial tratamiento térmico debido al cual ellos adquieren gran resistividad; α es el coeficiente de resistencia de temperatura.

Denominación	μ_{10} , Gs/Oe	α , 10^{-4} grad $^{-1}$	ρ , Ω -cm
Ferritas de manganeso-cinc			10 ³
4000 NM	4000	2	
3000 NM	3000	3	
2000 NM	2000	0,6—1,5	
1500 NM	1500	0,6—1,5	
1000 NM	1000	1,5	
Ferritas de níquel-cinc y litio-cinc			10 ⁴ —10 ⁷
2000 NN	2000	3	
600 NN	600	6	
400 NN	400	5	
200 NN	200	4—25	
100 NN	100	10—30	
50 VCh	50	50	

Permeabilidad magnética de los materiales paramagnéticos y diamagnéticos

Paramagnéticos	$(\mu-1)$, 10^{-4}	Diamagnéticos	$(1-\mu)$, 10^{-4}
Nitrógeno	0,013	Hidrógeno	0,063
Aire	0,38	Benceno	7,5
Oxígeno	1,9	Agua	9,0
Ebonita	14	Cobre	10,3
Aluminio	23	Vidrio	12,6
Volframio	176	Sal gema	12,6
Platino	360	Cuarzo	15,1
Oxígeno líquido	3400	Bismuto	176

Temperatura de Curie de los metales

Sustancia	T_C , °C	Sustancia	T_C , °C
Gadolinio	20	Magnetita	585
Permalloy de 30 %	70	Hierro electrolítico	769
Alcación de Geissler	200	Hierro refundido	774
Níquel	358	en hidrógeno	774
Permalloy de 78 %	550	Cobalto	1140

Tabla 105

Susceptibilidad magnética específica de los metales

(para 1 g a la temperatura 18° C en el sistema CGSM)

La susceptibilidad específica κ_0 es igual a la relación entre la susceptibilidad κ y la densidad de la sustancia ρ : $\kappa_0 = \kappa/\rho$.

Metal	κ_0 , 10^{-4}	Metal	κ_0 , 10^{-4}
Aluminio	0,58	Litio	0,5
Antimonio	-0,87	Manganeso	7,5
Cadmio	-0,18	Mercurio	-0,19
Calcio	0,5	Plata	-0,20
Cinc	-0,157	Plomo	-0,12
Cobre	-0,086	Selenio	-0,12
Cromo	3,6	Sodio	0,6
Estadío	0,03	Teluro	-0,31
Germanio	-0,12	Vanadio	1,4
Indio	-0,11	Volframio	0,28

La permeabilidad magnética e inducción en función de la intensidad del campo magnético (en el caso de la imantación inicial)

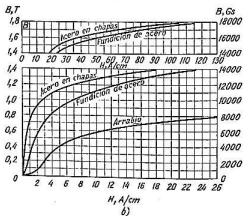
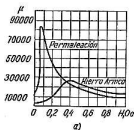


Fig. 62. a) Relación entre la permeabilidad magnética de hierro y permalloy, y la intensidad en los campos débiles; b) relación entre la inducción en acero y armado, y la intensidad del campo magnético.

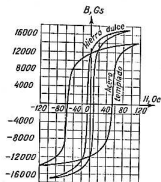


Fig. 63. Ciclo de histéresis para hierro dulce y acero templado ($\sim 1\% C$).

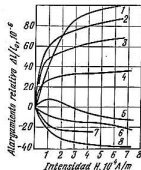


Fig. 64. Magnetostricción para los materiales ferromagnéticos. 1 — 54% de Pt 46% de Fe; 2 — 70% de Co, 30% de Fe; 3 — 50% de Co, 50% de Fe; 4 — 50% de Ni, 50% de Fe; 5 — hierro; 6 — cobalto (recocido); 7 — ferrita 20% de Ni, 80% de Zn; 8 — níquel.

Tabla 106

Inducción y pérdidas para la histéresis en los ferromagnéticos y ferritas

Materiales	Inducción B (Gs) para H (Oe)						Pérdidas para histéresis, erg/cm ³ -ciclo
	0,1	0,5	2,0	10,0	50	500	
Hierro electrolítico ...	40	500	11.000	15.000	17.000	21.000	2.500
Hierro recocido	100	750	14.000	16.500	17.200	21.000	600
Hierro al silicio, en chapas (4,3 % Si)	200	4500	10.000	13.500	15.300	19.500	690
Hierro al cobalto (35 % Co)	—	—	4.000	15.000	21.000	24.200	3.500
Arrabio recocido	—	—	600	5.000	8.500	14.000	10.000
Acero dulce (0,1 % C)	30	300	6.000	14.000	17.000	21.000	5.000
Acero en chapas	40	400	9.000	14.500	16.500	21.000	2.500
Ferrita Mn-Zn	80	500	2.300	3.600	—	—	—
Ferrita Ni-Zn ..	5	80	130	1.500	2.400	—	—
Ferrita Mg-Mn	—	100	2.000	2.300	—	—	—
Ferrita con 30 % de Ni-Fe	—	—	—	2.500	3.100	—	—
Ferrita con 70 % de Ni-Cu	—	—	—	600	1.000	—	—

Observaciones. 1. Se debe considerar los valores numéricos como aproximados, ya que para diferentes modelos pueden cambiarse.

2. Los valores de las pérdidas por un ciclo de reimpantación de 1 cm³ de la sustancia van indicados para el bucle de histéresis siendo máximo el valor de inducción igual a 1000 Gs.

Tabla 107

Valores del coeficiente k para calcular la inductancia

Relación entre la longitud del arrollamiento y el diámetro (l/d)	0,1	0,5	1	5	10
k	0,2	0,5	0,6	0,9	~1,0

Observación. Para $l/d > 10$ la magnitud es $k \approx 1$.

D. CORRIENTE ELÉCTRICA ALTERNA

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Se llama *corriente alterna* la corriente cuya intensidad o sentido (o una y otro juntos) varían en el tiempo.

Las corrientes que varían sólo en magnitud se denominan corrientes *pulsatorias*.

Con mayor frecuencia se emplea la corriente alterna sinusoidal (fig. 65). Las corrientes periódicas no sinusoidales es posible presentar con cualquier grado de exactitud como una suma de corrientes alternas sinusoidales (véase la pág. 95).

Los valores instantáneos de la corriente y la tensión alterna sinusoidal se expresan por las fórmulas:

$$i = I_0 \sin \omega t, \quad (4.75)$$

$$u = U_0 \sin (\omega t + \varphi), \quad (4.76)$$

donde I_0 y U_0 son los valores máximos (de amplitud) de la corriente y la tensión, ω es la frecuencia angular (cíclica) de la corriente, t es el tiempo, φ es la diferencia de fases entre la corriente y la tensión (véase la pág. 94), $\omega = 2\pi f$, f , frecuencia de la corriente.

Valor eficaz de la corriente alterna (I) se denomina tal valor de la corriente continua que en la misma resistencia óhmica desarrolle la misma potencia que la corriente alterna.

En la mayoría de los casos (¡no siempre!) los amperímetros y voltímetros muestran el valor eficaz de la corriente o de la tensión (U).

Para las corrientes sinusoidales

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (4.77)$$

La potencia media que desarrolla la corriente alterna en el circuito es:

$$P = UI \cos \varphi. \quad (4.78)$$

La magnitud $\cos \varphi$ se denomina *factor de potencia*.

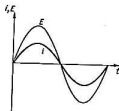


Fig. 65. Gráficas de variación de la c.e.m. alterna y de la corriente (ley sinusoidal de variación, $\varphi = 0$).

La inductancia L en el circuito de la corriente alterna acciona análogamente a la resistencia conectada al circuito, es decir, hace disminuir la intensidad de la corriente.

La magnitud de la inductancia es:

$$R_L = \omega L. \quad (4.79)$$

Dicha resistencia se debe a la f.e.m. de autoinducción que surge en la bobina.

La corriente alterna en el circuito, que posee sólo la inductancia, tiene un retardo de fase en 90° respecto a la tensión aplicada al circuito.

En el circuito de corriente alterna la capacidad deja pasar la corriente (a diferencia de la corriente continua). La resistencia que presta la capacidad a la corriente alterna se denomina *capacitancia*.

La capacitancia se expresa por la fórmula

$$R_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (4.80)$$

En el condensador la corriente avanza en 90° la tensión.

En el caso de conectar en serie la resistencia, inductancia y capacidad (fig. 66, a) la impedancia es:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}. \quad (4.81)$$

La magnitud Z se denomina la *resistencia aparente (impedancia)* a diferencia de la magnitud R que se llama *resistencia (ohmica)*.

La amplitud de la intensidad de corriente en el circuito de resonancia en serie es:

$$I = \frac{U_0}{Z} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad (4.82)$$

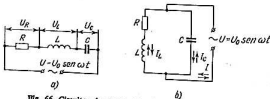


Fig. 66. Circuitos de resonancia en serie (a) y en paralelo (b).

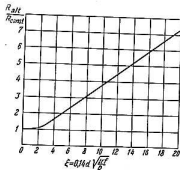


Fig. 67. Gráfica de la relación de las resistencias en corrientes alterna y continua respecto a Q .

donde Q es el factor de calidad de circuito (véase a continuación); el ángulo de desfase entre la corriente y la tensión se determina por las correlaciones:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_L - R_C}{R}, \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}. \quad (4.83)$$

Siendo $R_L = R_C$ ($\varphi = 0$), la impedancia Z tiene el valor mínimo (véase la fig. 68), y la corriente en el circuito tiene el valor máximo I_0 (véase la fig. 69).

Este fenómeno se denomina *resonancia eléctrica en serie*. En el caso de resonancia las tensiones en la inductancia y en la capacidad son iguales por magnitud, pero opuestas por la fase; la relación entre la tensión en el condensador U_C (o U_L) y la tensión U aplicada al circuito es igual a $\omega_0 L/R = 1/\omega_0 C R = Q$. Dicha magnitud se denomina el *factor Q* o *factor de calidad del circuito*; ω_0 en esta expresión es la frecuencia de resonancia que se define por la condición $R_L = R_C$. Siendo los factores $Q \gg 1$, las tensiones en inductancia y en la capacidad pueden ser mucho mayores que la tensión aplicada U : $U_L = U_C = QU$. Por eso dicho fenómeno se denomina también la *resonancia de tensión*.

En el caso de conectar en paralelo la capacidad y la inductancia con la resistencia (fig. 66, b) la resistencia aparente es:

$$Z = R_C \sqrt{\frac{R^2 + R_L^2}{R^2 + (R_L - R_C)^2}}, \quad (4.84)$$

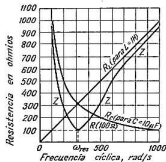


Fig. 68. Variación de la inductancia, capacitancia y la resistencia aparente debida a la frecuencia en el circuito de resonancia en serie.

y el desfase se define de la correlación

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_L}{R} \left(1 - \frac{R_L}{R_C} \right) - \frac{R}{R_C} \quad (4.85)$$

Siendo $\varphi=0$ $R_L \approx R_C$, la resistencia aparente (véase la fig. 70) tiene el valor máximo. Dicho fenómeno se denomina *resonancia eléctrica en paralelo*.

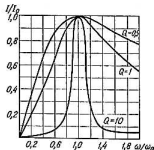


Fig. 69. Dependencia entre la corriente en el circuito de resonancia en serie y la frecuencia. Las curvas están calculadas según la fórmula (4.82). En los ejes van marcados valores relativos I/I_0 y ω/ω_0 .

En el caso de la resonancia en paralelo la corriente I en el circuito común tiene valor mínimo y coincide en fase con la tensión aplicada U , las corrientes I_L y I_C , que pasan a través de la inductancia y la capacidad, son iguales por magnitud y opuestas por fase, al mismo tiempo las corrientes en las ramas pueden ser mucho mayores que la corriente en el circuito común (siendo $Q \gg 1$): $I_C = -I_L = QI$. Por eso la resonancia en paralelo se denomina con otras palabras la *resonancia de corriente*. La impedancia Z (siendo $Q \gg 1$)

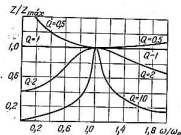


Fig. 70. Relación entre la resistencia Z y la frecuencia en el circuito de resonancia en paralelo. En los ejes van marcados los valores relativos $Z/Z_{\max}$ y ω/ω_0 . El cálculo se ha hecho para el caso cuando las resistencias óhmicas en las derivaciones L y C son iguales.

tiene (en el caso de resonancia en paralelo) el valor máximo $Z_{\max}$; las gráficas de relación entre $Z/Z_{\max}$ y la frecuencia relativa ω/ω_0 se dan en la fig. 70.

Cuando la corriente alterna pasa por un conductor, en éste se inducen las corrientes de inducción; la densidad de corriente cerca de la superficie del conductor es mayor que en el centro. Dicha diferencia será tanto mayor cuanto más alta es la frecuencia de la corriente; siendo altas las frecuencias, la densidad de corriente en el centro del conductor puede igualarse prácticamente al cero. Este fenómeno se denomina *efecto de carga superficial* (o *pelicular*) (o *efecto Kelvin*).

TABLAS Y GRÁFICAS

Resistencia para las corrientes continua y alterna

La relación entre las resistencias a las corrientes alterna y continua depende del parámetro ξ .

$$\xi = 0,14d\sqrt{\mu f \rho},$$

donde d es el diámetro del conductor (cm), f es la frecuencia (Hz), ρ es la resistividad ($\Omega \cdot \text{cm}$), μ es la permeabilidad magnética.

Tabla 108

Profundidad de penetración σ de las corrientes de alta frecuencia

(para el conductor de sección circular y recto hecho del cobre)

Frecuencia, MHz	0,01	0,1	1	10	100
σ , mm	0,65	0,21	0,065	0,021	0,006

Observaciones. 1. El cálculo para otros valores de frecuencia y para otros materiales puede efectuarse por la fórmula

$$\sigma = 503,1\sqrt{\rho/\mu f},$$

donde ρ es la resistividad ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$), μ es la permeabilidad magnética del material, f es la frecuencia (Hz).

2. Se denomina la profundidad de penetración tal distancia desde la superficie del conductor en que la densidad de corriente disminuye e veces respecto a su densidad en la superficie, donde e es la base de logaritmos naturales ($e \approx 2,72$).

E. OSCILACIONES ELÉCTRICAS Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

Se llaman *oscilaciones eléctricas* las variaciones oscilatorias de las magnitudes de la carga, la corriente o tensión producidas en el circuito eléctrico. La corriente eléctrica alterna es una forma de las oscilaciones eléctricas.

Las oscilaciones eléctricas de alta frecuencia se obtienen en la mayoría de los casos por medio del circuito oscilante.

El circuito oscilante es un circuito cerrado que consta de la inductancia L y la capacidad C .

El período de oscilaciones propias del circuito es:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.86)$$

Esta correlación se denomina la *fórmula de Thomson*; es justa para el caso cuando no hay pérdidas eléctricas. Si en el circuito tienen lugar pérdidas (por ejemplo, en el caso de la resistencia óhmica R) las oscilaciones propias del circuito resultan amortiguadas, con eso

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}, \quad (4.87)$$

y la corriente en el circuito varía según la ley de oscilaciones amortiguadas:

$$i = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t. \quad (4.88)$$

Véase la gráfica de oscilaciones amortiguadas en la pág. 98.

Si sobre el circuito oscilante acciona la f.e.m. variable, en el circuito se establecen oscilaciones forzadas. La amplitud de las oscilaciones forzadas de corriente, siendo constantes los valores L , C , R , depende de la relación entre la frecuencia propia del circuito y la frecuencia de variación de la f.e.m. sinusoidal (fig. 69).

Conforme a la ley de Biot-Savart-Laplace (véase la pág. 158) la corriente de conducción crea un campo magnético con las líneas de fuerza cerradas. Dicho campo se denomina el *rotacional*.

La corriente alterna de conducción engendra el campo magnético alternativo. La corriente alterna, a diferencia de la continua, pasa a través del condensador (véase la pág. 174); pero esta corriente no es la corriente de conducción, sino es la *corriente de desplazamiento*. Esta corriente es un campo eléctrico que varía en el tiempo: crea el campo magnético alternativo, así como la corriente alterna de conducción.

La densidad de la corriente de desplazamiento es:

$$j = \frac{\Delta D}{\Delta t}, \quad (4.89)$$

donde D es el vector de inducción del campo eléctrico.

En cada punto del espacio la variación, en el tiempo, de inducción del campo eléctrico engendra el campo magnético rotacional

alternativo (fig. 71, a). Los vectores B del campo magnético surgido se encuentran en el plano perpendicular con respecto al vector D . La ecuación matemática que expresa dicha regularidad lleva el nombre de la *primera ecuación de Maxwell*.

En el caso de la inducción electromagnética surge un campo eléctrico con las líneas de fuerza cerradas (campo rotacional)

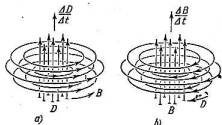


Fig. 71. a) Surgimiento del campo magnético al variar la inducción del campo eléctrico (primera ecuación de Maxwell); b) surgimiento del campo eléctrico rotacional en el caso de la inducción del campo magnético (segunda ecuación de Maxwell).

que se revela como la f.e.m. de inducción (véase la pág. 160). En cada punto del espacio la variación, en el tiempo, del vector de inducción del campo magnético crea un campo eléctrico rotacional alternativo (fig. 71, b). Los vectores D del campo eléctrico engendrado se encuentran en el plano perpendicular al vector B . La ecuación matemática que expresa dicha regularidad se denomina la *segunda ecuación de Maxwell*.

El conjunto de los alternativos campos eléctricos y magnéticos que están indisolublemente enlazados unos con otros se denomina *campo electromagnético*.

De las ecuaciones de Maxwell se deduce que la variación, en el tiempo, del campo eléctrico (o magnético), en cualquier punto se desplazará de un punto al otro, y al mismo tiempo se efectuarán transformaciones mutuas de los campos eléctricos y magnéticos.

Las ondas electromagnéticas es el proceso de propagación simultánea en el espacio de los

alternativos campos eléctrico y magnético. Los vectores de la intensidad de los campos eléctrico y magnético (E y H) en la onda electromagnética son perpendiculares entre sí mientras que el vector velocidad v de propagación es perpendicular al plano en el cual se encuentran los dos vectores E y H (fig. 72). Todo esto es justo para el caso de propagarse las ondas electromagnéticas en un espacio ilimitado.

La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío no depende de la longitud de la onda y es igual a

$$c = (2,997925 \pm 0,000003) \cdot 10^{10} \text{ cm/s.}$$

La velocidad de las ondas electromagnéticas en diferentes medios es menor que la velocidad en el vacío:

$$v = \frac{c}{n}, \quad (4.90)$$

donde n es el índice de refracción del medio (véase la pág. 188).

1. Escala de ondas electromagnéticas

La escala está trazada en la escala logarítmica (véase la tabla 109).

En la primera columna van indicadas las longitudes de las ondas (de izquierda, en distintas unidades de longitud, de derecha, en cm). En la segunda columna van indicadas las frecuencias en hertzios; en la tercera, las denominaciones de las bandas de ondas; en la cuarta, la denominación de las frecuencias (o ondas).

En la quinta columna van indicados modos principales de producir y emplear las oscilaciones electromagnéticas.

La mínima frecuencia la tienen ondas de baja frecuencia y ondas radioeléctricas; estas ondas se emiten por medio de vibradores (osciladores) artificiales.

Los rayos infrarrojos surgen principalmente durante la oscilación de las moléculas o grupos de átomos.

Las ondas luminosas se emiten por átomos y moléculas de la sustancia como resultado de variar el estado de los electrones en sus capas exteriores (véase la pág. 219).

La naturaleza de los rayos ultravioleta es la misma que de las ondas luminosas.

Los rayos Roentgen surgen debido a la variación del estado de los electrones en las capas interiores del átomo (*rayos característicos*), o como resultado de frenar bruscamente los electrones y otras partículas cargadas.

Los rayos gamma se emiten por los núcleos excitados de átomos y las partículas elementales de resultas a diferentes interacciones. La información referente a algunas propiedades de distintos tipos de ondas se da en el apartado "Óptica".

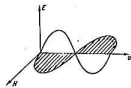


Fig. 72. Disposición recíproca de los vectores E , H y v en la onda electromagnética.

Tabla 109

Escala de las ondas electromagnéticas

Longitud de onda	Frecuencia (Hz)	Bandas	Denominación del grupo de ondas (o frecuencias)	Procedimientos principales de obtener y emplear
$10^8 \text{ km} - 10^{14} - 3 \cdot 10^{12}$		Ondas de baja frecuencia	Frecuencias ultrabajas	Generadores de construcción especial
			Bajas frecuencias	
$10^6 \text{ km} - 10^{12} - 3 \cdot 10^{11}$			Frecuencias industriales	Generadores de corriente alterna; la mayoría de aparatos eléctricos se alimentan de corriente alterna de 50 a 60 Hz
$10^5 \text{ km} - 10^{10}$				
$10^3 \text{ km} - 10^6 - 3 \cdot 10^2$		Radioondas	Audiofrecuencias	Generadores de audiofrecuencias. Se emplean en electroacústica (micrófonos, altavoces), cinematografía
$1 \text{ km} - 10^5 - 3 \cdot 10^4$			Largas	Generadores de oscilaciones eléctricas de distintas construcciones. Se utilizan en telegrafía, radiodifusión, televisión, radiolocalización, etc.
			Medias	
			Cortas	
$1 \text{ m} - 10^2 - 3 \cdot 10^6$			Métricas	Las ondas métricas y decimétricas se emplean para investigar las propiedades de la sustancia
$1 \text{ dm} - 10 - 3 \cdot 10^2$			Decimétricas	

Tabla 109 (continuación)

Longitud de onda	Frecuencia (Hz)	Bandas	Denominación del grupo de ondas (o frecuencias)	Procedimientos principales de obtener y emplear
$1 \text{ cm} - 1$	$3 \cdot 10^{10}$	Radioondas	Centimétricas	Se obtienen en magnetrones, clistrones y masers. Se emplean en radiolocalización, radioespectroscopia y radioastronomía
$1 \text{ mm} - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{11}$		Transitorias	
		Rayos infrarrojos	Decamicroondas	Radiación de los cuerpos calentados (lámparas de arco y de descarga de gases etc.) Se emplean en la espectroscopia infrarroja, al fotografiar a oscuridad (en rayos infrarrojos)
			De micrones	
$1 \mu\text{m} - 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{14}$	Rayos ultravioletas	Rayos luminosos	
			Cercanos	Radiación del Sol y de las lámparas de vapor de mercurio, etc. Se emplean en microscopia ultravioleta y en medicina
			Extremos	
$1 \text{ nm} - 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{16}$		Ultrablandos	Se obtienen en tubos de rayos X y en otros aparatos en que tiene lugar el frenado de electrones con energía mayor de 10^3 eV . Se emplean en medicina, para estudiar la estructura de sustancia, en defectoscopia
$1 \text{ Å} - 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{16}$		Blandos	
		Duros		
$1 \text{ X} - 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{21}$	Rayos gamma		Surgen durante las desintegraciones radioactivas de los núcleos, en el caso de frenar los electrones con energía más de 10^3 eV , y de otras interacciones de las partículas elementales. Se emplean en gammagrafía, al estudiar las propiedades de la sustancia

2. Radiación de las ondas electromagnéticas

Las cargas eléctricas en movimiento acelerado emiten ondas electromagnéticas.

El dipolo (véase la pág. 122), cuya distancia entre las cargas varía según la ley $l = l_0 \sin \omega t$ (si $l_0 \ll \lambda$, donde λ es la longitud de onda electromagnética) emite por un segundo la energía media

$$u = 1,11 \cdot 10^{-26} q^2 \omega^4 / \lambda^2 \text{ (W)},$$

donde q es la carga del dipolo (en C).

Todo conductor por el cual pasan corrientes alternas es un emisor de ondas electromagnéticas. La radiación es más eficaz cuando las dimensiones del emisor son comparables con la longitud de la onda de radiación.

Los conductores que emiten efectivamente (o reciben) ondas electromagnéticas se denominan *antenas*.

La densidad del flujo de energía (energía media transportada por las ondas electromagnéticas durante un segundo a través del área de 1 m^2 dispuesta perpendicularmente a la dirección de su propagación) es igual a

$$S = EH \text{ (W)}. \quad (4.91)$$

El elemento de corriente Idl que varía de acuerdo con la ley armónica $l = l_0 \sin \omega t$, crea a la distancia r respecto a él, que es mucho mayor que la longitud de la onda de radiación λ y la longitud del elemento dl , un campo electromagnético con intensidad del campo eléctrico E_θ y la intensidad del campo magnético H_θ ,

$$\begin{aligned} E_\theta &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I_0 \frac{dl}{\lambda r} \sin \theta \cdot \sin(\omega t - kr) = \\ &= -188,27 I_0 \frac{dl}{\lambda r} \sin \theta \cdot \sin(\omega t - kr) \text{ (V/m)}, \end{aligned} \quad (4.92)$$

$$H_\theta = -\frac{1}{2} I_0 \frac{dl}{\lambda r} \sin \theta \cdot \sin(\omega t - kr) \text{ (A/m)}. \quad (4.93)$$

En estas fórmulas θ es el ángulo entre la línea recta que une el elemento de corriente Idl con el punto de observación y el sentido del conductor, $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda.

La potencia media total emitida por el elemento de corriente es:

$$W = 788,6 \left(\frac{Idl}{\lambda} \right)^2 \text{ (W)}. \quad (4.94)$$

CAPÍTULO V

OPTICA

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

La luz es la radiación electromagnética cuya longitud de onda se encuentra entre $0,4$ a $0,8 \mu\text{m}$. Los átomos y las moléculas en los cuales se produce la variación del estado energético de los electrones son las fuentes de dichas ondas (véase la pág. 218).

1. Fotometría

La fotometría estudia la intensidad luminosa, el brillo (luminancia) y la iluminación tanto por la percepción óptica del ojo, como por el flujo de energía radiante.

La magnitud de la energía radiada por un cuerpo en un segundo se denomina *potencia de radiación*. La energía que se transmite por la onda luminosa a través de un área en un segundo se llama *flujo de energía radiante* a través de este área. El flujo de energía radiante evaluado por la sensibilidad óptica del ojo se denomina el *flujo luminoso*. Debido a que los flujos con distintas longitudes de ondas accionan de modo diferente sobre el ojo, la relación entre los flujos de energía radiante y la luminosa es diferente para distintas longitudes de ondas. Habitualmente con el alumbrado diurno el ojo es más sensible a la luz cuya longitud de onda es igual a $5550 \text{ \AA}$; la relación entre la potencia de radiación, cuya longitud de onda es de $5550 \text{ \AA}$ y la potencia de radiación, cuya longitud de onda es λ y la cual provoca la misma sensibilidad óptica que la radiación con longitud de onda igual a $5550 \text{ \AA}$, se denomina *eficacia luminosa relativa* del ojo o *eficacia luminosa relativa* (K_λ). La dependencia gráfica de K_λ respecto a λ se denomina la *curva de eficacia luminosa* (visibilidad).

La sensibilidad máxima para visión misópica el ojo tiene a las longitudes de ondas de unos $5070 \text{ \AA}$.

En el caso de visión fotópica un vatio de energía radiante con longitud de onda igual a $5550 \text{ \AA}$ corresponde al flujo luminoso de

680 lúmenes (véase a continuación); en el caso de visión misópica un vatio de energía radiante con longitud de onda igual a 5070 Å corresponde al flujo luminoso de 1745 lúmenes.

Se llama la *intensidad luminosa* (I) un flujo luminoso emitido por la fuente puntual igual a unidad de ángulo sólido:

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \quad (5.1)$$

donde $\Delta\Phi$ es el flujo luminoso, $\Delta\Omega$ es el ángulo sólido pequeño.

Por la unidad de la intensidad luminosa se toma la candela (cd).

Para determinar la candela sirve el patrón de construcción especial cuya emisión corresponde a la radiación del cuerpo negro (radiador integral) (véase la pág. 203) a la temperatura de solidificación del platino (2.042° K). La intensidad luminosa emitida por dicha fuente en la dirección de la normal respecto a su superficie desde el área de 1/60 cm², es igual a una candela (1 cd).

Por la unidad del flujo luminoso se toma un lumen (lm). Un lumen es el flujo luminoso distribuido por el ángulo sólido de 1 sr, siendo la intensidad luminosa igual a 1 cd.

La *iluminación* (E) se mide por el flujo luminoso referido a unidad de superficie:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} \quad (5.2)$$

donde ΔS es la magnitud de la superficie en la que cae el flujo luminoso.

Las unidades de iluminación son lux (lx) y foto (ph):

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2, \quad 1 \text{ ph} = 1 \text{ lm/cm}^2.$$

La iluminación E de una superficie plana que se crea por una fuente puntual es:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2},$$

donde I es la intensidad luminosa, r es la distancia hasta la superficie iluminada, α es el ángulo entre la dirección del flujo luminoso y la normal a la superficie.

Brillo (luminancia) (B) es la medida de emisión de la superficie luminosa:

$$B = \frac{I}{S} \quad (5.3)$$

donde S es la magnitud de la superficie visible (proyección de la

superficie en observación sobre el plano perpendicular a la dirección de observación), I es la intensidad luminosa.

Las unidades del brillo son nit (nt) y stilb (sb).

Un nit es el brillo de tal fuente que emite la luz de intensidad de 1 cd desde la superficie luminosa igual a 1 m²:

$$1 \text{ sb} = 10^4 \text{ nt}.$$

En brillo de un patrón para determinar la intensidad luminosa es igual a 60 sb.

Se llama *intensidad luminosa* (emitancia luminosa) un flujo de ondas electromagnéticas medio en el tiempo, que atraviesa la unidad de superficie dispuesta perpendicularmente a la dirección de propagación de las ondas. La intensidad luminosa es proporcional al cuadrado de amplitud E (o H) (véase la pág. 184).

2. Leyes fundamentales de la óptica geométrica

En la óptica geométrica se considera que en el medio homogéneo la luz se propaga de modo rectilíneo.

El *ángulo de incidencia* es un ángulo entre la dirección del rayo incidente y el perpendicular a la superficie divisora de los medios trazado en el punto de incidencia. El ángulo entre dicha perpendicular y la dirección del rayo reflejado se denomina el *ángulo de reflexión*; el ángulo entre la misma perpendicular y la dirección del rayo refractado se llama el *ángulo de refracción*.

Cuando un rayo cae sobre la superficie divisora de dos medios, el ángulo de reflexión es igual al de incidencia. Los rayos incidente y reflejado, así como el perpendicular a la superficie en el punto de incidencia se encuentran en un mismo plano.

Para caracterizar la magnitud de reflexión se introduce el *factor de reflexión* ρ que es igual a la relación entre el flujo de energía de la onda incidente. (A menudo dicho factor se expresa en el por ciento).

Según las propiedades de la superficie divisora se diferencian dos modos de reflexión de la luz.

Si las dimensiones de las desigualdades de la superficie divisora son mucho menores que la longitud de la onda de luz, entonces tiene lugar la *reflexión regular* (*especular*). En este caso los rayos luminosos incidentes en paralelo se quedan paralelos después de la reflexión.

Si en la superficie reflectora las desigualdades se sitúan caóticamente y sus dimensiones son comparables con la longitud de onda de luz, entonces se produce la *reflexión difusa*. En este caso los

rayos luminosos paralelos dejan de ser paralelos después de la reflexión; no obstante, siendo $h \cos i \propto \lambda$ (h son dimensiones de desigualdades, i es el ángulo de incidencia de los rayos) tiene lugar la reflexión especular.

La relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una magnitud constante para la onda de longitud dada. Los rayos incidente y refractado, así como el perpendicular al plano en el punto de incidencia se encuentran en un plano:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \quad (4.4)$$

La magnitud n se denomina el *índice relativo de refracción* del segundo medio; es igual a la relación de las velocidades de luz en los medios:

$$n = \frac{v_1}{v_2}.$$

El índice de refracción respecto al vacío se denomina el *índice absoluto de refracción* del medio. La magnitud n depende de la longitud de la onda.

Al pasar del medio con el mayor índice absoluto de refracción al con el menor el rayo puede reflejarse totalmente. Dicho fenómeno se denomina *reflexión total*. El ángulo de incidencia i_{lim} , empezando del cual toda la energía luminosa se refleja desde la superficie divisora, se llama *ángulo límite de reflexión total*. La magnitud del ángulo i_{lim} se determina por la relación

$$\sin i_{lim} = \frac{1}{n},$$

donde n es el índice de refracción del medio en el cual se produce la reflexión total respecto al medio en el que se propaga la luz.

Los rayos que pasan a través del prisma se refractan (fig. 73). El ángulo P del prisma se denomina *ángulo refringente*. Continuando el rayo que entra y el que sale obtenemos el ángulo δ el cual se llama *ángulo de desviación*:

$$\delta = i_1 + i_2 - P, \quad P = r_1 + r_2.$$

El ángulo δ tiene valor mínimo (para la longitud dada P) si $i_1 = i_2$ (y por lo tanto, $r_1 = r_2$):

$$\delta_{min} = 2i_1 - P.$$



Fig. 73. Paso de rayos monocromáticos por el prisma.

El índice de refracción del cristal n , del cual está fabricado el prisma, se puede calcular por la fórmula

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2} (\delta_{min} + P)}{\sin \frac{1}{2} P}.$$

El máximo ángulo refringente del prisma, cuando los rayos pasan todavía a través de las caras de refracción, es:

$$P_{max} = 2i_{lim},$$

donde i_{lim} es el ángulo límite de reflexión total.

3. Lentes. Instrumentos ópticos

Se llama *lente* un cuerpo transparente limitado por dos superficies esféricas.

Se dice que la lente es *delgada* si su espesor es mucho menor que los radios de curvatura de sus superficies.

La recta que pasa a través de los centros de curvatura de las superficies de lente se denomina el *eje óptico principal* de la lente. Si una de las superficies de la lente representa un plano, entonces el eje óptico pasa perpendicularmente a éste (fig. 74).

El punto de la lente delgada a través del cual los rayos pasan sin cambiar su dirección se denomina *centro óptico* de lente. El eje óptico principal pasa a través del centro óptico.

Toda recta que pasa a través del centro óptico de la lente se denomina el *eje secundario* de la lente. El punto en el cual se centran los rayos luminosos que van paralelamente al eje óptico principal se llama el *foco*.

El plano que pasa por el foco perpendicularmente al eje óptico principal se llama el *plano focal*.

La fórmula de la lente delgada (fig. 75) es:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f}, \quad (5.5)$$

donde a_1 es la distancia desde la lente hasta el objeto, a_2 es la distancia desde la lente hasta la imagen, $-f_1 = f_2 = f$ es la distancia focal de la

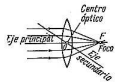


Fig. 74. Elementos principales de la lente delgada.

lente, r_1 y r_2 son los radios de la curvatura de las superficies esféricas que limitan la lente, n es el índice relativo de refracción de la sustancia de la lente.

En la fórmula (5.5) las magnitudes a_1 , a_2 , r_1 y r_2 se consideran positivas si el sentido de su lectura, respecto al centro óptico de la lente, coinciden con la dirección de propagarse la luz; en el caso contrario estas magnitudes se consideran negativas.

Las lentes son el elemento principal de numerosos instrumentos ópticos.

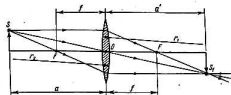


Fig. 75. Paso de rayos a través de la lente convergente delgada.

Por ejemplo, el ojo representa un instrumento óptico en el cual el papel de lentes lo desempeñan la córnea y el cristalino, y la imagen del objetivo se obtiene en la retina del ojo.

Se llama *ángulo visual* (de visión) el ángulo formado por los rayos que van de los puntos extremos del objeto o de su imagen y pasan a través del centro óptico del cristalino del ojo.

Muchos instrumentos ópticos se destinan para obtener las imágenes de los objetos en las pantallas, en las películas sensibles o en el ojo.

El aumento visual del instrumento óptico es:

$$\Gamma = \frac{\lg \varphi_2}{\lg \varphi_1},$$

donde φ_2 es el ángulo de visión al observar el objeto por medio del instrumento, φ_1 es el ángulo de visión al observar a simple vista el objeto que debe encontrarse a una distancia de 25 cm respecto del ojo (para una lupa o un microscopio) o a la misma distancia que en el caso de observar por medio de un instrumento (para los anteojos).

En un instrumento óptico la lente que está orientada hacia el objeto, se denomina el *objetivo*; la lente orientada hacia el ojo se llama *ocular*. Los instrumentos técnicos tienen objetivos, lo mismo que oculares que constan de unas lentes. Debido a esto se eliminan parcialmente los errores de las imágenes.

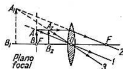


Fig. 76. Paso de rayos por una lupa. El objeto AB se dispone en el plano focal F . La imagen se obtiene en *infinitud* (los rayos 1, 2 van paralelamente). Es posible también la disposición cuando el objeto se enciaca cerca del plano focal A_1B_1 . La imagen A_1B_1 resulta ser virtual (en la prolongación de los rayos 2, 3); se dispone desde el ojo a la distancia que es más favorable para la vista.

El aumento de la lupa es (fig. 76):

$$\Gamma_1 = \frac{250}{f}, \quad (5.6)$$

donde f es la distancia focal de la lupa en mm.

El aumento del microscopio es:

$$\Gamma_m = \frac{\Delta}{f_{ob}} \frac{250}{f_{oc}}, \quad (5.7)$$

donde f_{ob} y f_{oc} son las distancias focales del objetivo y el ocular, en mm; Δ es la distancia desde el foco posterior (trasero) del objetivo hasta el foco, anterior (delantero) del ocular, en mm (fig. 77).

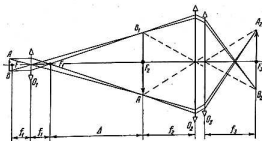


Fig. 77. Paso de rayos a través de un microscopio. AB , objeto; O_1 es el objetivo del microscopio que da la imagen real, aumentada e inversa, del objeto A_1B_1 . La imagen del objeto se encuentra en el plano focal F_2 del ocular del microscopio. La imagen del objeto se ve como por una lupa. En el plano focal F_3 del cristalino O_2 por el cual se ve como por una lupa. Es posible también la disposición O_1 y O_2 cuando A_1B_1 se encuentra entre F_2 y O_2 .

El aumento del anteojo es:

$$\Gamma_{\text{ant}} = \frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{oc}}}, \quad (5.8)$$

donde f_{ob} y f_{oc} son las distancias focales del objetivo y el ocular (fig. 78).

La magnitud inversa de la distancia focal, se denomina *poder óptico* (refringente) o *vergencia* de la lente: $\Phi = 1/f$. Por la unidad

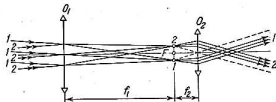


Fig. 78. Paso de rayos por el anteojo. Los rayos 1, 1, 1, inciden sobre el objetivo O_1 desde un punto del objeto alejado, en forma de haz paralelo. La imagen de este punto 1 se obtiene en el plano focal F del objetivo O_1 y del ocular O_2 . Los rayos 2, 2, 2, desde el segundo punto del objeto alejado también inciden, en forma de haz paralelo, sobre el objetivo (pero bajo otro ángulo respecto al eje óptico). Estos rayos también dan la imagen del punto 2 en el plano focal F . La imagen de los puntos 1, 2 se ve por el ocular como por una lupa.

de poder óptico de la lente se toma la dioptría (D) que es igual al poder óptico de la lente cuya distancia focal es igual a 1 m.

El poder óptico de dos lentes delgadas en conjunto es igual a la suma de sus poderes ópticos.

4. Propiedades ondulatorias de la luz

Interferencia. Si en un medio se propagan simultáneamente dos (o más) ondas, en cada punto del medio las partículas participan, a la vez, en dos (o más) movimientos oscilatorios. En este caso el desplazamiento resultante se determina por las reglas de composición de las oscilaciones véase la pág. 98. Durante la propagación de varias ondas electromagnéticas las oscilaciones de los vectores de intensidad de los campos eléctrico y magnético de las ondas E y H en cada punto del espacio se componen como vectores (véase la pág. 133).

La composición de dos (o más) ondas de periodos iguales debido a la cual en unos puntos del espacio la amplitud de la onda resultante aumenta y en otros disminuye se denomina *interferencia*.

Por ejemplo, si dos ondas electromagnéticas planas con iguales amplitudes y sentidos de propagación

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - kx_1),$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - kx_2),$$

pasaron desde la fuente el recorrido x_1 y x_2 hasta el punto de su observación, entonces la onda resultante se determina por la expresión

$$E_r = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos \frac{k(x_2 - x_1)}{2} \sin \left[\omega t - \frac{k(x_2 + x_1)}{2} \right].$$

Para

$$k(x_2 - x_1)/2 = \frac{1}{2} m\pi$$

(donde $m = 1, 3, 5, \dots$), la magnitud $E_r = 0$; en este caso la diferencia de marcha de ondas

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{2} m\lambda,$$

es decir, es igual al número impar de semiondas.

Si la luz pasa diferentes caminos x_1 y x_2 en los medios cuyos índices de refracción n_1 y n_2 son distintos, entonces al sumar las ondas el valor mínimo de amplitud de la onda resultante será, con $x_2 n_2 - x_1 n_1$, igual a

$$\frac{1}{2} m\lambda$$

(m es el número impar entero).

El producto del camino geométrico por el índice de refracción del medio se denomina la *longitud óptica del camino*.

La interferencia de cualesquiera ondas (incluso las luminosas) surge sólo cuando las ondas que accionan entre sí, tienen igual frecuencia y la diferencia de fase en cada punto no depende del tiempo. Las fuentes que emiten tales ondas se denominan *coherentes*. Para la interferencia de las ondas polarizadas (véase la pág. 197) es necesario también que coincidan sus planos de polarización.

En óptica las fuentes coherentes pueden crearse sólo artificialmente.

Los colores de las películas delgadas al alumbrarlas con la luz natural dependen de la interferencia de los rayos 1, 2 (en la luz reflejada) o de los rayos 1', 2' (en la luz transmitida) (fig. 79).

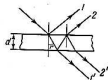


Fig. 79. Interferencia de los rayos incidentes sobre una placa plana y paralela.

La diferencia óptica de la marcha de los rayos de interferencia en este caso es igual a

$$\Delta = 2d \cos r + \frac{\lambda}{2},$$

donde $\lambda/2$ toma en cuenta la variación de la fase de onda en π para el vector de intensidad del campo eléctrico en el caso de reflexión desde el medio más denso ópticamente (para los ángulos de incidencia que no sobrepasan la magnitud del ángulo de polarización total, véase a continuación).

Difracción. La desviación de los rayos luminosos del movimiento rectilíneo al pasar cerca de los bordes de una pantalla y orificios se denomina *difracción*.

La intensidad de las ondas para los fenómenos de difracción es posible calcular aproximadamente guiándose del principio de Huygens-Fresnel, según este principio los puntos de la superficie ondulatoria (pág. 100) representan centros de las fuentes coherentes imaginarias que emiten ondas eléctricas. Dichas ondas se denominan *elementales*.

La envolvente de las ondas elementales es una superficie ondulatoria para el sucesivo intervalo de tiempo; surge como resultado de interferencia de las ondas elementales.

Se supone que la envolvente se desplaza solamente a un lado a partir de la superficie ondulatoria (en la dirección de propagarse la onda).

Durante la difracción del haz luminoso paralelo, incidente normalmente sobre una hendidura larga y estrecha, la intensidad I_β de ondas que se propagan bajo el ángulo β se determina por la correlación siguiente:

$$I_\beta = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \beta \right) \left/ \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \beta \right) \right.,$$

donde I_0 es la intensidad de las ondas que se propagan en la dirección $\beta=0$, b es la anchura de la hendidura, β es el ángulo entre el per-

pendicular al plano de la hendidura y la dirección de propagación de los rayos difractados (fig. 80), λ es la longitud de la onda luminosa.

Los sentidos, en los cuales la intensidad de la luz difractada de una hendidura es igual a cero, se determina por la condición

$$\sin \beta_{\min} = m \frac{\lambda}{b} \quad (m=1, 2, 3, \dots). \quad (5.9)$$

El conjunto de gran número de las hendiduras estrechas y paralelas, que tienen igual anchura y están dispuestas en el plano a igual distancia, se denomina la *red de difracción*. La distancia igual a la suma de anchura de una hendidura y la del espacio entre las hendiduras contiguas se denomina la *constante (o período) de la red de difracción*.

En la fig. 81 va representado el esquema de la red de difracción. Los sentidos en los cuales se observará la luminosidad máxima de la pantalla se determinan por la condición (en el caso de la incidencia normal de la luz):

$$d \sin \beta_{\max} = m \lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (5.10)$$

donde d es el período de la red.

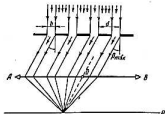
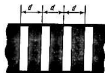


Fig. 81. Difracción de los rayos paralelos desde la red de difracción. AB es la lente; O , su centro óptico; P , pantalla dispuesta en el plano focal de la lente.

Las direcciones en las cuales la intensidad será igual a cero se determina de la condición (5.9).

Dichas direcciones se denominan los mínimos principales. Además de estas direcciones hay una serie de direcciones mas en que la intensidad de la luz difractada es igual a cero. Los sentidos para los mínimos adicionales se determinan por la condición

$$\sin \beta_{\text{mín ad.}} = m' \frac{\lambda}{d}$$

$$\left(m' = \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots, \frac{N-1}{N}, \frac{N+1}{N}, \dots \right),$$

donde N es el número de hendiduras en la red.

El intervalo de longitudes de ondas ($\Delta\lambda$), que admite la red difractada, se determina por la condición

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN.$$

La difracción de las ondas luminosas no permite distinguir las piezas más pequeñas de los objetos por medio de los instrumentos ópticos aunque grande sea su aumento.

La distancia mínima entre dos puntos, cuando sus imágenes no se juntan, se denomina *distancia (capacidad) resolutive* del sistema óptico (δ).

Para el microscopio la capacidad resolutive es

$$\delta \approx \frac{\lambda}{2n \sin u}, \quad (5.11)$$

donde u es el *ángulo de apertura* (la mitad del ángulo entre los rayos extremos que inciden desde el punto de un objeto sobre el objetivo y alcanzan al ojo del observador o la pantalla), n es el índice de refracción del medio.

Dispersión de la luz. La velocidad de la luz en el medio dado está relacionada con la longitud de la onda. Dicho fenómeno se denomina *dispersión de la velocidad de la luz*.

El índice de refracción se cambia también variando la longitud de la onda (*dispersión del índice de refracción*).

Debido a la dispersión el prisma de vidrio descompone la luz blanca que consiste de la radiación de diversas longitudes de ondas, en sus partes integrantes que se propagan en diferentes sentidos después de haber sido refractadas. Los rayos con menor longitud de

la onda se refractan hacia la base del prisma a un ángulo mayor respecto a los rayos, cuya longitud de onda es mayor (fig. 82).

Polarización de la luz. En las ondas luminosas, emitidas por diferentes fuentes, los vectores E (y por consiguiente los H) tienen todas las direcciones posibles (no obstante quedan perpendiculares mutuamente y el plano, en el que se encuentran, es perpendicular a la dirección de propagarse la luz). Esta luz se denomina *natural*.

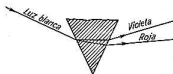


Fig. 82. Paso de los rayos con diferente longitud de la onda a través del prisma de vidrio.

Por ejemplo, haciendo pasar la luz natural a través de la placa de turmalina (o a través de un polaroide) se puede separar las ondas en las cuales el vector E efectuará oscilaciones en el mismo plano durante todo el camino de propagación de la onda. Tales ondas se llaman *polarizadas rectilíneamente*.

El plano en el que se encuentran los vectores H en la onda polarizada rectilíneamente se denomina *plano de polarización*; el plano en el que se encuentran los vectores E se denomina *plano de oscilaciones*.

La luz natural al refractarse desde la superficie de los dieléctricos se polariza parcialmente. La luz reflejada está polarizada totalmente para el ángulo de incidencia determinado por la correlación

$$\operatorname{tg} i_B = n, \quad (5.12)$$

donde n es el índice de refracción relativo del dieléctrico desde el cual se efectúa la reflexión. El ángulo i_B se denomina el *ángulo de Brewster*.

La luz que atraviesa el dieléctrico también se polariza parcialmente.

Al pasar el rayo luminoso a través de algunos cristales (por ejemplo, el cuarzo, el espato de Islandia) salen de éstos dos rayos polarizados rectilíneamente en dos planos mutuamente perpendiculares; en el cristal dichos rayos se propagan con distintas velocidades. Este fenómeno se denomina *birrefringencia (doble refracción)*.

En los cristales uniaxiales (tipo del cuarzo) hay sólo una dirección en que no se observa la birrefringencia. Esta dirección se denomina

el *eje óptico*. El rayo en el que el vector E efectúa oscilaciones perpendicularmente al eje óptico de cristal se llama *ordinario*. En el cristal sus velocidades son iguales en todos los sentidos.

El segundo rayo, en el que las direcciones de oscilaciones del vector E forman diferentes ángulos respecto al eje óptico (en función del ángulo y la situación del plano de incidencia de la luz), se denomina *extraordinario*.

La velocidad del rayo extraordinario depende de la dirección en el cristal. Puede ser tanto mayor que la velocidad del rayo ordinario (en el espato de Islandia), como menor que ésta (en el cuarzo). En la dirección del eje óptico las velocidades de los rayos ordinario y extraordinario son iguales.

En los medios isotrópicos se puede provocar artificialmente la birrefringencia por medio de deformar o superponer los campos eléctrico y magnético. En este caso el medio acciona sobre el rayo luminoso como un cristal uniaxial con el eje óptico paralelo a la dirección de deformación (o de campo).

La diferencia entre las longitudes ópticas del camino (para los rayos ordinario y extraordinario) durante la deformación es igual a

$$\Delta P = KPl\lambda,$$

donde K es la constante relacionada con la naturaleza de la sustancia, P es la tensión mecánica, l es el espesor de la capa en deformación, λ es la longitud de la onda luminosa.

La diferencia entre las longitudes ópticas del camino para ambos rayos en el caso de superposición del campo eléctrico o magnético sobre la sustancia, perpendicularmente a la dirección de propagarse la luz, es igual a

$$\Delta E = 1,11 \cdot 10^{-5} BE^2 l \lambda, \quad \Delta H = 1,58 CH^2 l \lambda,$$

donde B y C son las constantes de Kerr y de Cotton-Mouton, E es la intensidad del campo eléctrico (V/cm), H es la intensidad del campo magnético (A/cm), l es el espesor de la capa atravesada por el rayo luminoso (cm).

Ciertas sustancias (por ejemplo cuarzo, solución acuosa de azúcar), al pasar por ellas la luz linealmente polarizada hacen girar sus planos de polarización. Dicho fenómeno se denomina la *rotación del plano de polarización*.

La rotación del plano de polarización se caracteriza por la constante de rotación (para sustancias puras) y la constante de rotación específica (para las soluciones).

La constante de rotación $\alpha = \varphi/l$, la constante de rotación específica $[\alpha] = 100 \varphi/l\rho$, donde φ es el ángulo de giro del plano de polarización, l es el espesor de capa de la sustancia ópticamente activa, ρ es el número de gramos de la sustancia disuelta en 100 cm³

de solución. $[\alpha]$ depende de la concentración, temperatura, longitud de onda (dispersión giratoria) y del disolvente.

Presión de la luz. Las ondas electromagnéticas, al incidir sobre superficie de un cuerpo, efectúan presión mecánica (que se denomina *presión de radiación*).

La magnitud de la presión de radiación es

$$p = \frac{W}{c} (1 + \rho), \quad (5.13)$$

donde W es la cantidad de la energía radiante incidente normalmente sobre 1 cm² de la superficie en 1 s, c es la velocidad de la luz, ρ es el coeficiente de refracción.

La presión producida por los rayos del Sol sobre la superficie terrestre durante un día claro es igual, aproximadamente, a 0,4 din/m² ($4 \cdot 10^{-5}$ din/cm²).

5. Propiedades cuánticas de la luz

La energía de toda clase de radiación electromagnética, incluso la de la luz, siempre consta de unas porciones. Dichas porciones de energía que poseen propiedades de la partícula material se denominan *cuantos de radiación* o *fotones*. Un fotón es partícula elemental (véase la pág. 227). La energía ϵ del fotón depende de la frecuencia de emisión ν :

$$\epsilon = h\nu,$$

donde $h = 6,625 \cdot 10^{-27}$ erg/s se denomina la *constante de Planck*.

Conforme a las tesis principales de la física moderna, a la variación de la energía de cualquier sistema en magnitud ϵ le corresponde el cambio de su masa en magnitud ϵ/c^2 (c es la velocidad de la luz en el vacío). Por eso al emitirse un fotón la masa del cuerpo radiador disminuye en magnitud

$$\Delta m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Las propiedades de radiación debidas a su carácter cuántico se denominan *cuánticas* (o *corpusculares*).

A la luz, lo mismo como a otros tipos de radiación electromagnética, le es inherente las propiedades ondulatorias y corpusculares.

Se llama *efecto fotoeléctrico* los fenómenos eléctricos que tienen lugar al iluminar una sustancia por la luz, a saber: salida de los electrones de la sustancia (*fotomisión*), aparición de la f.e.m., variación de la conductibilidad eléctrica.

El efecto fotoeléctrico es uno de los ejemplos de revelar las propiedades corpusculares de la luz. El *efecto fotoeléctrico externo* (emisión fotoeléctrica) comprende la liberación (salida) de los electrones de los cuerpos iluminados.

Leyes del efecto fotoeléctrico externo. 1. El número de electrones liberados por la luz por un segundo (o la corriente de saturación) es directamente proporcional al flujo luminoso (en el caso de su composición espectral constante).

2. La velocidad máxima de los electrones liberados $v_{\max}$ no depende de la intensidad de la luz, sino se determina por la frecuencia de la luz incidente. Esta velocidad puede ser determinada según la ecuación de Einstein:

$$h\nu = \varphi + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (5.14)$$

donde $h\nu$ es la energía del fotón luminoso, φ es el trabajo de salida (véase la pág. 135), m es la masa del electrón.

3. Cada sustancia posee determinada frecuencia inferior a la que no se observe el efecto fotoeléctrico. Dicha frecuencia se denomina *límite fotoeléctrico* (ν_0) y se determina por la correlación

$$h\nu_0 = \varphi. \quad (5.15)$$

El efecto *fotoeléctrico interno* (efecto fotoconductor) consiste en que encontrándose alumbrados los semiconductores y dieléctricos, de algunos átomos se separan los electrones que, a diferencia del efecto fotoeléctrico externo, no salen a través de la superficie del cuerpo, sino que se quedan en su interior. Debido al efecto fotoeléctrico interno aparecen electrones en la banda de conducción (pág. 136) y la resistencia de los semiconductores y dieléctricos disminuye.

Al iluminar la superficie divisora entre los conductores con distintas clases de conductibilidad surge fuerza electromotriz. Dicho fenómeno se denomina *efecto fotoeléctrico de barrera*.

En los efectos fotoeléctricos se basa la estructura de las células fotoeléctricas, fotorresistencias, células fotoeléctricas de barrera y pilas solares.

6. Tipos de espectros

Toda oscilación (onda o impulso) puede ser representada como resultado de superposición de las oscilaciones armónicas (que denominan simplemente los armónicos) de diferentes amplitudes y frecuencias (véase la pág. 95). El conjunto de amplitudes y frecuencias de los armónicos, de las cuales está compuesta la oscilación

complicada (u onda), se denomina el *espectro de las amplitudes y frecuencias* (o simplemente el *espectro*).

El *espectro* (en el sentido estricto de la palabra) se denominan frecuentemente las bandas de siete colores que se obtienen como resultado de descomponer la luz por medio de un prisma (u otro instrumento) en función de la longitud de las ondas.

Los sólidos incandescentes dan un espectro continuo compuesto de todos los colores espectrales que pasan unos a otros continuamente.

En el *espectro de rayas* la potencia de radiación tiene magnitud considerable entre los límites muy estrechos próximos a algunas longitudes determinadas de las ondas, y para las demás longitudes de ondas se aproxima a cero.

Los gases enrarecidos dan espectros de rayas. Al descomponer dicho espectro por medio de un prisma (u otro instrumento), se observan las líneas delgadas de distintos colores. El número y la disposición de estas líneas según las longitudes de las ondas son características para el elemento dado. La disposición de las líneas del espectro da la posibilidad de juzgar sobre la composición química de la sustancia dada.

Las moléculas de la sustancia tienen un espectro compuesto de gran número de las líneas muy próximas unas a otras y que se agrupan a las bandas. Tales espectros se denominan *los de bandas*.

Los espectros de los cuerpos incandescentes se denominan *espectros de emisión*.

Se llama el *espectro de absorción* la relación entre la capacidad de absorber de la sustancia y la longitud de la onda luminosa. Los espectros de absorción pueden ser continuos, de bandas y de rayas.

En los espectros de emisión de las fuentes de la luz, cuyas bandas interiores están rodeadas por las capas de vapores más frías, se observan estrechas líneas de absorción. Estas líneas se deben a la absorción de la luz por los vapores que se hallan en las capas exteriores. Los gases absorben activamente tales partes del espectro que ellos emiten siendo fuentes luminosas (ley de Kirchhoff—Bunsen). Dicho fenómeno se denomina *inversión de rayas espectrales*.

Las *líneas de Fraunhofer* en el espectro del Sol son las líneas del espectro de absorción que surgen al ser absorbida del espectro continuo del Sol la emisión de determinadas longitudes de ondas por los vapores que se encuentran en su atmósfera.

7. Radiación térmica

Los cuerpos calentados emiten además de las ondas luminosas también ondas invisibles, así llamadas *ondas ultravioletas e infrarrojas*. La longitud de ondas ultravioletas (véase la tabla 117) es menos de 4000 Å; la longitud de ondas infrarrojas es más de 8000 Å.

La emisión electromagnética que se excita por el movimiento térmico de los átomos o las moléculas se denomina *radiación térmica*.

La distribución de la capacidad radiante (poder emisor) (véase a continuación) en el espectro de radiación del cuerpo negro se da en la fig. 83. Para la construcción se ha empleado el sistema obli-

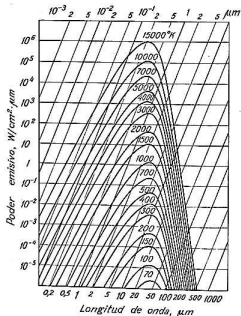


Fig. 83. Radiación del cuerpo negro para distintas temperaturas.

cuángulo de coordenadas con escalas logarítmicas; en el eje horizontal se marcan las longitudes de ondas, en el eje inclinado, la capacidad radiante; las cifras en las curvas respectivas muestran la temperatura absoluta.

El cuerpo que absorbe totalmente las ondas electromagnéticas incidentes se denomina *cuerpo negro* (o *radiador integral*). Dicho cuerpo se puede hacer en forma de un cajón hueco con orificio pequeño.

La relación entre la potencia de emisión desde la unidad de superficie de un cuerpo y el correspondiente intervalo de longitudes de sus ondas a la temperatura dada se denomina la *capacidad radiante* (poder emisor) del cuerpo $E_{\lambda T}$.

El poder emisor equivale a la potencia que se emite de la unidad de superficie y que corresponde a la unidad del intervalo de longitudes de las ondas a la temperatura dada.

La relación entre la potencia que se absorbe por la unidad de la superficie del cuerpo y la potencia del flujo radiante, que incide sobre esta superficie con intervalo igual a la unidad de longitudes de ondas, se denomina *capacidad de absorción* $A_{\lambda T}$ de un cuerpo a la temperatura dada. El poder emisor a la temperatura dada es proporcional a la capacidad de absorción a la misma temperatura (*ley de Kirchhoff*):

$$\frac{E_{\lambda T}}{A_{\lambda T}} = \varepsilon_{\lambda T}, \quad (5.16)$$

donde $\varepsilon_{\lambda T}$ es una magnitud constante para todos los cuerpos a la temperatura dada.

Para el cuerpo negro y para todas las longitudes de ondas $A_{\lambda T} = 1$ y, por lo tanto, $E_{\lambda T} = \varepsilon_{\lambda T}$.

La potencia de radiación de todas las longitudes de ondas por el cuerpo negro (ε) es proporcional al cuarto grado de la temperatura absoluta (*ley de Stefan-Boltzmann*):

$$\varepsilon = \sigma T^4, \quad (5.17)$$

donde el coeficiente proporcionalidad (*constante de Stefan-Boltzmann*) es

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{grad}^4.$$

La fig. 83 muestra que el máximo poder emisor corresponde a la longitud determinada de la onda $\lambda_{\max}$. La longitud de la onda $\lambda_{\max}$ a la cual corresponde el poder emisor máximo del cuerpo negro es inversamente proporcional a la temperatura absoluta T (*ley de desplazamiento de Wien*):

$$\lambda_{\max} \cdot T = c_1, \quad (5.18)$$

donde c_1 es la constante igual a 0,2898 cm·grad.

El poder emisor del cuerpo negro es:

$$e_{\lambda T} = \frac{2\pi c_1}{\lambda^5} \frac{h}{e^{hc/(k\lambda T)} - 1} \quad (5.19)$$

La relación (5.19) se llama *fórmula de Planck*; aquí c es la velocidad de la luz en el vacío, λ es la longitud de la onda, k es la constante de Boltzmann, h es la constante de Planck. Gráficamente la función (5.19) está representada en la fig. 83 (para distintas temperaturas).

TABLAS Y GRÁFICAS

Tabla 110

Eficacia luminosa relativa K_λ de la visión fotópica
(véase la fig. 84)

Longitud de la onda, λ	K_λ	Longitud de la onda, λ	K_λ	Longitud de la onda, λ	K_λ
4000	0,0004	5200	0,710	6400	0,175
4200	0,0040	5400	0,954	6600	0,061
4400	0,023	5600	0,995	6800	0,017
4600	0,060	5800	0,870	7000	0,0041
4800	0,139	6000	0,621	7200	0,00105
5000	0,323	6200	0,381	7400	0,00025
				7600	0,00006

Observación. Los valores de la eficacia luminosa relativa son distintos para diferentes personas. No obstante estos valores se diferencian muy poco para las personas con visión normal. En la tabla se dan valores medios de K_λ .

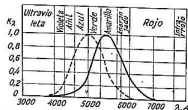


Fig. 84. Gráfica de la eficacia luminosa relativa con la visión fotópica y mesópica (curva de trazos).

Tabla 111

Brillo de las superficies iluminadas

Superficie iluminada	Brillo, nt
Pantalla en el cine	5—20
Hoja de papel blanco (con iluminación de 30 a 50 lx)	10—15
Nieve bajo los rayos normales del Sol	3·10 ⁴
Superficie de la Luna	2,5·10 ⁷

Tabla 112

Brillo de las fuentes de la luz

Fuente	Brillo, nt
Sol	15·10 ⁴
Capilar del arco al mercurio de la presión extraalta	12·10 ⁴ —15·10 ⁴
Cráter del arco de carbón	15·10 ⁷
Filamento metálico de la lámpara de incandescencia	1,5·10 ⁴ —2·10 ⁴
Cielo nocturno sin luna	10
Chispa de descarga en la atmósfera del xenón	1,1·10 ¹¹
Chispa de descarga en la atmósfera del argón	1,5·10 ¹¹
Chispa de descarga en el aire (nitrógeno)	2,1·10 ¹¹
Chispa de descarga en la atmósfera del helio	1,5·10 ¹¹

Tabla 113

Iluminación en algunos casos típicos

Alumbrado	Iluminación, lx
Con los rayos del Sol en el mediodía (latitudes medias)	100.000
Durante el rodaje mudo en los estudios	10.000
A ciclo abierto en el día gris	1.000
En una habitación clara (cerca de la ventana)	100
Sobre la mesa para trabajos finos	100—200
Necesario para la lectura	30—50
En la pantalla del cine	20—80
En el caso de la Luna llena	0,2
En el caso del cielo nocturno sin luna	0,0003

Tabla 114

Factor de reflexión (ρ , %) para diferentes ángulos de incidencia sobre el vidrio y agua

Ángulo de incidencia en grados	0	20	30	40	50	60	70	80	89	90
Sustancia										
Agua	2	2,1	2,2	2,5	3,4	6,0	13,5	34,5	90,0	100
Vidrio	4,7	4,7	4,9	5,3	6,6	9,8	18	39	91	100

Observación. Para el vidrio con la capa de sílice cuyo índice de refracción es 1,5, siendo normal la incidencia $\rho \approx 2,5$. Para el vidrio con la capa de sílice cuyo índice de refracción es 1,9, siendo normal la incidencia $\rho \approx 0,8$.

Tabla 115

Reflexión de la luz durante el paso del vidrio al aire

Ángulo de incidencia	0°	10°	20°	30°	35°	39°	39°30'	40°	60°
Ángulo de refracción	0°	15°40'	32°	51°	63°	79°	82°	90°	—
Parte de la energía reflejada, %	4,7	4,7	5,0	6,8	12	36	47	100	100

Observación. La tabla está compuesta para el vidrio cuyo índice de refracción es 1,56 y cuyo ángulo límite de reflexión total es igual a 40°.

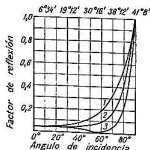


Fig. 85. Relación entre el factor de reflexión de la luz y el ángulo de incidencia en la superficie separadora aire-vidrio ($n=1,52$). 1 — reflexión de las ondas de polarización plana (el sentido de oscilaciones del vector E es perpendicular al plano de incidencia); 2 — reflexión de la luz no polarizada; 3 — reflexión de las ondas de polarización plana (el vector E se encuentra en el plano de incidencia). Arriba van indicados los ángulos de incidencia al pasar la luz del vidrio al aire.

Tabla 116

Longitudes de ondas de la parte visible del espectro

Color	Límites, Å	Color	Límites, Å
Violeta	3800—4500	Amarillo verdoso	5500—5750
Azul	4500—4800	Amarillo	5750—5850
Azul celeste	4800—5100	Anaranjado	5850—6200
Verde	5100—5500	Rojo	6200—7600

Tabla 117

Longitudes de ondas de la parte ultravioleta del espectro

Gamma	Límites, Å	Acción
Ultravioleta de ondas largas ...	3150—3800	Toxado
Ultravioleta de ondas medias ...	2820—3150	Acción eritema
Ultravioleta de ondas cortas ...	2000—2800	Acción bactericida
Ultravioleta en vacío	<2000	Acción ozonizada

Tabla 118

Reflexión de la luz por los metales

Los números que se aducen en la tabla muestran la porción de la luz reflejada (en el %) por la superficie pulida (a la incidencia normal)

Denominación del grupo de ondas	Longitud de la onda, Å	Aluminio	Cobre	Acero (1% C)	Plata	Níquel	Cromo	Cinc	Silicio
Ultravioletas	1.880	—	—	22	76	—	33	17	64
	2.000	—	—	27	76	—	36	22	73
	2.510	80	26	38	34	38	—	39	75
	3.030	—	25	44	9	44	37	48	73
	3.570	84	27	50	75	49	41	51	60
Luminosas	5.000	88	44	56	91	61	55	55	34
	6.000	89	72	57	93	65	—	58	32
	7.000	87	83	58	93	69	56	61	—
Infrarrojos	8.000	85	89	61	97	70	—	62	—
	10.000	93	90	63	97	72	57	69	—
	50.000	94	98	90	99	94	81	97	—
	100.000	97	98	94	99	—	93	—	—

Ángulos límites de la reflexión total
(en grados)

Tabla 119

Sustancia	i_{lim}	Sustancia	i_{lim}
Agua	49	Bisulfuro de carbono ..	38
Glicerina	43	Vidrio (líat pesado) ..	34
Vidrio corona (ligero) ..	40	Diamante	24

Observación. En la tabla se dan valores de los ángulos en el caso de reflexión en el límite con el aire (para la línea de sodio D, 5893 Å).

Longitudes de ondas de las líneas
de Fraunhofer principales

Tabla 120

Designación de líneas	Elemento	$\lambda, \text{Å}$	Designación de líneas	Elemento	$\lambda, \text{Å}$
A	Oxígeno	7621	h_k	Hierro, magnesio	5167,4
B	Oxígeno	7185	c	Idem	4957,6
B'	Oxígeno	6870	F	Hidrógeno	4861,3
C	Hidrógeno	6582,8	d	Hidrógeno	4668
α	Oxígeno	6278,1	e	Hierro	4383,6
D ₁	Sodio	5895,9	f	Hidrógeno	4340,5
D ₂	Sodio	5890,0	G'	Hierro	4325,8
D ₃	Helio	5875,6	G	Hierro, calcio	4307,9
E	Hierro	5269,6	g	Calcio	4226,7
b_1	Magnesio	5183,6	h	Hidrógeno	4101,7
b_2	Magnesio	5172,7	H	Calcio	3963,6
b_3	Hierro	5169,0	k	Calcio	3933,6

Índices de refracción para las longitudes
de las ondas que corresponden a algunas líneas de Fraunhofer

Tabla 121

Línea de Fraunhofer		A	B	D	F	H
Longitud de la onda, Å		7590	6870	5890	4860	3970
Sustancia	Agua	1,329	1,331	1,333	1,337	1,344
	Alcohol etílico	1,359	1,360	1,363	1,367	1,374
	Bisulfuro de carbono ..	1,610	1,617	1,629	1,654	1,702
	Vidrio corona ligero ..	1,510	1,512	1,515	1,521	1,531

Índices de refracción de gases

Tabla 122

Gas o vapor	n	Gas o vapor	n
Acetileno	1,000606	Mercurio	1,000933
Aire	1,000292	Metano	1,000441
Amoníaco	1,000377	Nitrógeno	1,000297
Anhidrido sulfuroso ..	1,000737	Oxígeno	1,000272
Benceno	1,001812	Selenio	1,001565
Cinc	1,002350	Sulfuro de hidrógeno ..	1,000641
Clorofoma	1,001455	Telurio	1,002495
Gas carbónico	1,000450	Tetracloruro de ..	1,001763
Helio	1,000035	carbono	1,000257
Hidrógeno	1,000138	Vapor de agua	1,000257

Observación. Los valores de los índices de refracción mencionados en la tabla se refieren a la longitud de la onda que corresponde a la línea amarilla del sodio (D) y están reducidos a la densidad que corresponde a 0° C y a la presión igual a 760 mm Hg a base de la correlación $(n-1)/\rho = \text{const}$ (para el gas dado).

Índices de refracción de los cuerpos sólidos y líquidos
(a 15° C, para la línea de sodio D, respecto al aire)

Tabla 123

Sustancia	n	Sustancia	n
Sólidos		Anilina	1,590
Azúcar	1,56	Balsamo de Canadá ..	1,53
Diamante	2,417	Benceno	1,504
Hielo	1,31	Bisulfuro de carbono ..	1,632
Mica	1,56-1,60	Clorofoma	1,449
Topacio	1,63	Eter etílico	1,354
		Glicerina	1,47
Líquidos		Acetatos	
Acido sulfúrico	1,43	Acetato de candelero	1,601
Agua (a 20°)	1,333	Acetato de cedra	1,516
Aguarrás	1,47	Acetato de clavo	1,532
Alcohol etílico	1,362	Acetato de oliva	1,46
Alcohol metílico	1,33	Acetato de parafina ...	1,44

Relación entre el índice de refracción y la longitud de la onda

Designación de ondas	Longitud de la onda, Å	Vidrio (15° C)		Cuarzo (18° C)		Agua a 20° C	Etanol (KClO ₃) a 18° C
		corona ligero	corona pesado	rayo ordinario	rayo extraordinario		
Infrarrojos	223,000	—	—	—	—	—	1,3712
	24,290	—	—	—	—	—	1,4587
	212,00	1,4946	1,6123	1,4569	1,5261	—	1,4720
	12,560	1,5042	1,6268	1,5180	1,5402	1,3210	1,4750
Visibles	6,708	—	1,6434	1,5145	1,5505	1,3308	1,4856
	6,438	—	1,6443	1,5423	1,5514	1,3314	1,4877
	5,893	—	1,6469	1,5443	1,5534	1,3310	1,4904
	4,864	—	1,6537	1,5497	1,5590	1,3311	1,4983
Ultravioletas	4,047	—	1,6538	1,5572	1,5667	1,3428	1,5097
	3,014	1,5552	—	1,5770	1,5872	1,3581	1,5440
	2,144	—	—	1,6205	1,6427	1,4032	1,6618
	1,852	—	—	1,6759	1,6901	—	1,6270
Coeficiente de temperatura, grad ⁻¹		-1,10 ⁻⁴	3,10 ⁻⁶	-5,10 ⁻⁴	-6,10 ⁻⁴	-8,10 ⁻⁴	-4,10 ⁻⁴

Observaciones. 1. Los índices de refracción se dan respecto al aire.

2. El coeficiente de temperatura es la variación del índice de refracción en el caso de elevarse la temperatura en 1° C.

El signo menos muestra que al elevar la temperatura el índice de refracción disminuye.

3. En el cristal de cuarzo el rayo se divide en dos rayos polarizados. En esta tabla se mencionados los valores del índice de refracción para ambos rayos. Para el rayo extraordinario se dan los valores máximos del índice de refracción.

Tabla 125

Reflexión difusa de los materiales en la luz blanca

Material	Reflexión, %	Material	Reflexión, %
Arcilla grasa (amarilla)	24	Pana de color negro	0,4
Cartón de color	30	Papel de calcar	22
Cartón de color blanco	60—70	Papel de color:	
Gasa	16	amarillo	25
Madera (pino)	40	azul	25
Materiales pintados de amarillo	40	blanco	60—70
Materiales pintados de blanco	50	castaño	13
		de cacao	4
		Papel secante	70—80
		Suelo húmedo	8

Tabla 126

Constantes de Kerr y de Cotton—Mouton

Sustancia	B, 10 ⁻³	C, 10 ⁻¹⁶
Benceno	0,60	7,5 (26° C, 5890 Å)
Bisulfuro de carbono	3,21	-4,0 (28° C, 5460 Å)
Cloroformo	-3,46	-0,8 (20° C, 5460 Å)
Agua	4,7	-0,014 (20° C, 5460 Å)
Clorobenceno	10,0	10,2 (25° C, 5460 Å)
Nitrotolueno	123	
Nitrobenzeno	220	24,1 (20° C, 5890 Å)

Observaciones. 1. Los valores B se indican para la temperatura de 20° C y la longitud de la onda del sodio igual a 5890 Å.

2. El signo menos muestra que la velocidad del rayo, cuyo sentido de oscilaciones coincide con la dirección del campo, será mayor con respecto al rayo, el sentido de oscilaciones del cual es perpendicular a la dirección del campo.

Tabla 127

Constante de rotación específica (α) a la temperatura de 20° C
(en grados angulares/dm)

Sustancia	Disolvente	$[\alpha]$ ($\lambda=5893 \text{ \AA}$)	Concentración, ρ'
Azúcar de caña ..	Agua	$66,47 + 1,27 \cdot 10^{-3} \rho' - 3,3 \cdot 10^{-4} (\rho')^2$	0—50
Glucosa	Agua	$52,50 + 1,85 \cdot 10^{-3} \rho' + 5,17 \cdot 10^{-4} (\rho')^2$	0—35
Acido tartárico d	Agua	$14,83 - 0,146 \rho'$	0—50
Aguarria	Puro	—37	—
Alcanfor	Alcohol	$40,9 + 0,135 \rho'$	10—50
Quinina	Alcohol	—169	2,0
Acido mandélico ..	Agua	+156	3,2

Observación. El signo menos indica que la rotación se efectúa en el sentido contrario a las agujas del reloj en el caso de mirar a la sustancia en la dirección opuesta a la marcha de los rayos.

Tabla 128

Dispersión por rotación a 20° C

Azúcar de caña en agua ($\rho'=10-26$)		Acido tartárico en agua ($\rho'=28,62$)		Cuarzo (a lo largo del eje óptico)	
$\lambda, \text{ \AA}$	$[\alpha]$	$\lambda, \text{ \AA}$	$[\alpha]$	$\lambda, \text{ \AA}$	$[\alpha]$
3000	309	2750	-296,8	1854	370,9
4861	100,3	3000	-166,0	1935	322,8
5351	81,8	3500	-16,8	2571	143,3
5893	66,5	4500	6,6	4340	41,92
6563	52,9	5500	8,4	4861	32,76
		5890	9,8	5893	21,72
				6563	17,32

Observación. Elevándose la temperatura en 1° C $[\alpha]$ aumenta en 0,003 de su valor inicial (para $\lambda=5893 \text{ \AA}$).

Tabla 129

Espectros de emisión de los metales y gases

Aluminio (arco)	Cobre (arco en el vacío)	Mercurio (lámpara de arco de mercurio)	Sodio (en llama)	Cadmio (arco)	Cinc (arco en el vacío)
3083	3248	3126	5889,97 an	3261	3036
3093	3274	3131	5895,93 an	3404	3072
3944 viol	4023 viol	3650		3466	3345
3962 viol	4063 viol	4046,8 viol		3611	4680 az. cel
4663 az. cel	5105,5 ver	4358,3 viol		3982 viol	4722 az. cel
5057 ver	5153,3 ver	4916,4		4413 az	4811 az
5696 am	5218,2 ver	4959,7 ver		4678 az	4912 az
5723 am	5700	5460,7 ver		4799,9 az	4925 az
	5782,1 am	5769,6 am		5085,8 ver	6103 an
	5782,2	5790,7 am		5338 ver	6362 an
		6152,0 an		5379 ver	
		6232,0 an		6438,5 r	

Tabla 129 (continuación)

Argón	Helio	Hidrógeno	Neón	Nitrógeno	Oxígeno
		(descarga en gas)			
3949,0	3888,6	4101,7	4537,8	5754	5200
4044,4	4026,2	4340,4	4575,9	5803	5300
4158,6	4120,8	4340,5	4704,4	5853	(banda)
4164,2	5015,7	4861,28	4708,9	5904	5550
4181,9	5875,6	4861,36	4715,3	5957	5640
4190	5678,1	6562,71	4788,9	6012	(banda)
4191,0	7065,2	6562,85	5330,8	6068	
4198,3			5341,1	6251	
4200,7			5358,0	6321	
4251,2			5400,6	6393	
4259,4			5852,5	6467	
4266,3			5881,9	6543	
4272,2			5965,4	6622	
4300,1			6143,1	6703	
4313,6			6266,5	6787	
4335,4			6383,0		
			6402,2		
			6506,5		
			7173,9		
			7245,2		

Observaciones. 1. Las longitudes de las ondas están medidas en el aire a la temperatura de 15° C y la presión igual a 760 mm Hg.
 2. Los colores de las líneas visibles están designados con las letras del color respectivo.
 3. Las líneas de mayor brillo están subrayadas.

Tabla 130

Eficacia luminosa, rendimiento y brillo de las fuentes de la luz

Tipo de lámpara	lm/W	Rendimiento, %	t , °K	Brillo, nt
50 W, con electrodos de carbón (de vacío)	2,5	0,4	2095	$5 \cdot 10^6$
50 W, de filamento de tungsteno (de vacío)	10	1,6	2460	$15 \cdot 10^6$ — $20 \cdot 10^6$
50 W, llena de un gas con filamento de tungsteno	10	1,6	2685	$5 \cdot 10^6$
500 W, llena de un gas con filamento de tungsteno	17,5	2,8	2900	10^7
2000 W, llena de un gas con filamento de tungsteno	21,2	3,5	3020	$13 \cdot 10^6$ — $15 \cdot 10^6$
Arco voltaico	25	4	4000	$15 \cdot 10^7$ (en cráter) $1,5 \cdot 10^4$
Lámpara luminiscente	40—60	6,4	—	—

Observación. La eficacia luminosa es la relación entre el flujo luminoso total y la potencia de la corriente que alimenta la fuente de la luz.
 El rendimiento es la relación entre la potencia de emisión luminosa para la longitud de onda de 5550 Å y la potencia consumida por la fuente de la luz:
 $\text{rendimiento} = F/(680 \text{ W})$,
 donde F es el flujo luminoso en lm, W es la potencia consumida por la fuente, en W.

Tabla 131

Trabajo de salida de los electrones y límite (umbral) de fotoefecto

Sustancia	ϕ , eV	λ_0 , Å
Oxido cuproso	5,15	2,580
Mica	4,8	2,548
Cloruro sódico	4,2	2,950
Bromuro de plata	3,7—5,14	3,350—2,400
Torio a base de tungsteno	2,62	4,730
Sodio a base de tungsteno	2,10	5,900
Cesio a base de tungsteno	1,36	9,090
Cesio a base de platino	1,31	8,950
Bario a base de tungsteno	1,1	11,300
Oxido de bario a base de óxido de tungsteno	1,0—1,1	12,400—11,300

CAPÍTULO VI

ESTRUCTURA DEL ÁTOMO Y PARTÍCULAS ELEMENTALES

PRINCIPALES CONCEPTOS Y LEYES

1. Unidades de carga, masa y energía en la física atómica

Por la unidad de la carga se toma la carga elemental

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Por la unidad de la masa se toma masa igual a 1/12 de la masa del isótopo (véase la pág. 129) del carbono con el número de masa 12. Dicha unidad se denomina la *unidad de masa atómica* (u.m.a.);

$$1 \text{ u.m.a.} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g.}$$

La masa del átomo más ligero, es decir, del átomo de hidrógeno, es igual a 1,008 u.m.a.

Por la unidad de energía se toma el electrón-voltio (eV), véase la pág. 134.

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ erg.}$$

Los momentos de impulsos de las partículas (o los momentos de la cantidad de movimiento) se miden en unidades $h/2\pi$. Los momentos magnéticos de los electrones se miden en unidades $eh/4\pi mc$; esta unidad se denomina *magnetón de Bohr*. En esta expresión h es la constante de Planck, e es la carga de electrón, m es su masa, c es la velocidad de la luz en el vacío. Los momentos magnéticos de los núcleos se miden en magnetones nucleares; un magnetón nuclear es igual a $eh/4\pi Mc$, donde M es la masa del protón, e es su carga.

Magnetón de Bohr

$$\mu_B = 9,273 \cdot 10^{-21} \text{ erg/Gs,}$$

Magnetón nuclear

$$\mu_{\text{nuc}} = 5,050 \cdot 10^{-24} \text{ erg/Gs.}$$

2. Modelo del átomo Rutherford—Bohr

En el centro del átomo se encuentra un núcleo cargado positivamente a cuyo alrededor giran en las órbitas determinadas los electrones. La masa fundamental del átomo se concentra en el núcleo. El núcleo del átomo de hidrógeno se llama el protón. La masa del protón es igual a $1,66 \cdot 10^{-23} \text{ g.}$ la del electrón, $9,11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ (1/1836 de la masa del protón). La carga del electrón y protón es igual a la carga eléctrica elemental.

El número de las cargas elementales del núcleo es igual al número de orden del elemento en la Tabla de Mendeléev. La cantidad de

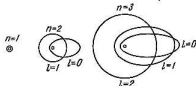


Fig. 86. Posibles órbitas del electrón en el átomo de hidrógeno (para distintos números cuánticos). Los grandes semiejes de la elipse son como cuadrados de números enteros $1^2:2^2:3^2:4^2$ etc.

electrones en un átomo (neutral) es igual al número de las cargas elementales del núcleo.

El movimiento de los electrones en el átomo se puede caracterizar aproximadamente como un movimiento alrededor del núcleo por determinadas órbitas circulares y elípticas (fig. 86). Estas órbitas se denominan *estables* (estacionarias). Al moverse por las órbitas estables un electrón no efectúa radiación alguna a pesar de poseer una aceleración. Los radios de las órbitas estacionarias se determinan por la condición

$$mv_n r_n = \frac{h}{2\pi} n, \quad (6.1)$$

donde m es la masa del electrón, v_n es su velocidad lineal, r_n es el radio de la órbita n , h es la constante de Planck, n es igual a 1, 2, 3...

A las órbitas estacionarias determinadas de los electrones (más exactamente, a los estados estacionarios del átomo) les corresponden determinadas magnitudes de la energía (niveles discretos de la energía).

Los niveles de energía (W_n) y los radios de las órbitas circulares para el átomo del hidrógeno se pueden calcular por las fórmulas:

$$W_n = -\frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2}, \quad (6.2)$$

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2}. \quad (6.3)$$

Un átomo emite energía electromagnética cuando un electrón pasa de la órbita estable alejada del núcleo a la más próxima; cuando el electrón pasa de la órbita más próxima a la más lejana, el átomo absorbe la energía. La magnitud del cuanto (porción) de energía emitido o absorbido $h\nu$ se determina por la condición

$$h\nu = W_2 - W_1, \quad (6.4)$$

donde W_1 y W_2 son los niveles discretos de la energía en el átomo antes y después del paso del electrón.

Según los conceptos modernos las órbitas estables no representan movimientos verdaderos del electrón en un átomo y la cuestión referente a la estructura del átomo se trata de otra manera, es decir, teniendo en cuenta las propiedades ondulatorias de las partículas (véase la pág. 223). Sin embargo la noción referente a los niveles de energía en el átomo se queda en vigor.

3. Capas electrónicas en los átomos con dos y más electrones

El estado del electrón en un átomo se determina por cuatro números cuánticos. El número cuántico principal n determina los niveles de energía (o el eje mayor de la elipse). El número secundario cuántico, es decir, el número cuántico orbital l , está enlazado con el pequeño semieje de la elipse y define la forma de la órbita; l varía entre los límites de 0 a $n-1$; cuando $l=n-1$, la órbita es circular. El momento de impulso (o el momento angular) momento de la cantidad de movimiento) se determina por este número: $p = \sqrt{l(l+1)}\hbar$, donde $\hbar = h/2\pi$. El tercer número cuántico — el número cuántico magnético m — define la orientación de la órbita en el campo magnético; las órbitas se orientan de tal modo que las proyecciones del momento de impulso p_z sobre el sentido del campo magnético sean iguales a los números enteros (en unidades $\hbar$); $p_z = m\hbar$; m varía en los rangos de $-l$ a $+l$.

Además del momento orbital de impulso el electrón posee también su propio momento de impulso (*spin* o *espín*) igual por la magnitud a $\sqrt{s(s+1)}\hbar$, donde $s=1/2$. Esto es el cuarto número

cuántico que se denomina el número cuántico del *spin*. El propio momento de impulsión de un electrón tiene sólo dos proyecciones sobre el sentido del campo magnético: $+1/2$ y $-1/2$ (en unidades $\hbar$). Suele decir que el *spin* del electrón (o de otra partícula) es igual a la mitad ($1/2$); en este caso se sobreentiende que las proyecciones del propio momento de impulsión son iguales a $\pm(1/2)\hbar$.

Los cuatro números cuánticos definen los niveles de energía del electrón.

Los electrones de un átomo obedecen al principio de Pauli: en el estado dado puede encontrarse sólo un electrón.

Cuando el electrón pasa de un nivel de energía al otro, cambian los números cuánticos. Según la teoría y experiencia, este paso del electrón solamente es posible a tales niveles si tienen lugar la variación $\Delta m = 0, \pm 1$, la variación $\Delta l = \pm 1$.

En un átomo el conjunto de los electrones que tienen números cuánticos iguales n forma una *capa* (o *grupo*); el conjunto de los electrones, con números cuánticos n y l iguales, forma un *nivel*.

Las capas (grupos) se designan con las letras K, L, M, N etc. (lo que corresponde a los valores del número cuántico principal $n=1, 2, 3, 4$, etc.); los niveles se designan con las letras s, p, d, f , etc, lo que corresponde a los valores del número cuántico orbital $l=0, 1, 2, 3$, etc.

El máximo número de los electrones en un grupo es igual a $2n^2$. La distribución de los electrones en grupos y niveles se da en las tablas 132 y 133.

Las propiedades químicas de los átomos se determinan por los electrones de su capa exterior. Los pasos de los electrones en esta capa engendran ondas electromagnéticas luminosas y ultravioletas.

Cuando de la capa interior de un átomo se extrae un electrón a ella pasan arbitrariamente los electrones de otras capas con mayores números n . Durante tales pasos se emiten espectros de rayas de radiación Roentgen que se llaman *característicos*. Las longitudes de las ondas de dichos espectros se definen sólo por los niveles discretos de energía de los átomos de la sustancia dada.

4. Núcleo atómico

El núcleo atómico de todo elemento consta de protones y neutrones. El neutrón es una partícula que ninguna carga tiene y cuya masa se aproxima a la masa del protón; el *spin* de neutrón, lo mismo que de protón, es igual a $(1/2)\hbar$.

Los núcleos que tienen carga igual (e igual número de protones) pero se distinguen unos a otros por el número de neutrones se denominan *isótopos*. La suma de neutrones y protones en un núcleo se llama *número de masa* (A).

El número de neutrones en un núcleo es $N = A - Z$, donde Z es el número atómico del núcleo igual al número de orden del núcleo en el sistema periódico. La carga del núcleo es igual a Ze . Las dos partículas, protón y neutrón, se denominan *nucleones* (partículas del núcleo); en el interior del núcleo están enlazadas por fuerzas de cohesión que se denominan *fuerzas nucleares*. En el núcleo los nucleones se encuentran a niveles discretos de energía. Los nucleones en los cuales el número de neutrones o protones es igual a uno de los números siguientes: 2, 8, 20, 28, 50, 82 y 120, se llaman *núcleos mágicos*, y los propios números, *números mágicos*. Dichos núcleos tienen gran estabilidad.

La densidad de la sustancia en el núcleo es muy grande (del orden de 10^{11} kg/cm³), la dimensión del núcleo es del orden de 10^{-12} (1 fermio). El radio del núcleo se determina por la fórmula aproximada

$$r = 1,2 A^{1/3} \text{ fermio,}$$

donde A es el número de masa.

El spin del núcleo J se compone por los spins de los nucleones y de sus momentos de impulso; el spin del núcleo tiene valor semientero para el número impar de nucleones; si el número de nucleones es par el spin del núcleo es igual a cero o al número entero. Los spins de nucleones no exceden unas unidades (en unidades $\hbar$).

El núcleo se designa con el símbolo del elemento químico mencionando el número atómico y el de masa, como índices inferior y superior respectivamente (por ejemplo, Al_{13}^{27} , aluminio con el número atómico 13 y el de masa, 27).

Las fuerzas nucleares se cambian mucho variando la distancia; a una distancia de 1 fermio las fuerzas nucleares entre los protones son 35 veces mayores que las fuerzas de repulsión eléctrica y 10^{28} veces mayores que las de interacción gravitatoria.

A las distancias menores de 0,7 fermio las fuerzas nucleares accionan como fuerzas de atracción; a la distancia igual a 2 fermio su acción es igual a cero. Las fuerzas nucleares no dependen de la carga eléctrica y poseen propiedades de saturación.

Las fuerzas nucleares tienen tres componentes: fuerza central relacionada con la distancia, fuerza de spin-spin y fuerza orbital de spin que surge como resultado de curvatura de la trayectoria cuando un nucleón pasa cerca del otro. Las curvas de las energías potenciales que corresponden a las componentes de las fuerzas nucleares para nucleones semejantes se dan en la fig. 87 (para el caso cuando $I \perp J$). La fuerza es igual a la variación de la energía potencial en unidad de longitud.

De la magnitud y la forma del núcleo se puede juzgar por la dispersión de los electrones de alta energía.

La carga eléctrica se distribuye por el núcleo irregularmente; en el alma del núcleo la densidad es constante; el alma está rodeada

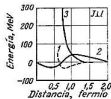


Fig. 87. Componentes de las fuerzas nucleares para nucleones iguales (para el caso cuando $I \perp J$); curva 1 — fuerza central, curva 2 — fuerza spin-spin, curva 3 — fuerza orbital de spin.



Fig. 88. Distribución de la carga en el núcleo de oro.

por una capa en la cual la densidad va disminuyendo. La distancia desde el centro hasta la capa, en la cual la densidad de la carga es igual a la mitad de su valor máximo, se considera por el *radio del núcleo*.

La distribución de la carga en el núcleo del oro va representada en la fig. 88.

Según el número de los protones y neutrones los núcleos pueden tener forma de esfera, de cigarro o de pera.

5. Transformaciones nucleares

Al formarse un núcleo de los protones y neutrones, la masa del núcleo obtenido será menor que la suma de masas de todos los protones y neutrones. La diferencia correspondiente de las masas se llama *defecto de masa del núcleo*.

La energía que se desprende al formarse un núcleo de neutrones y protones se denomina *energía de enlace del núcleo (E)*. En los cálculos suele emplearse la magnitud E/A , es decir, la magnitud de energía de enlace que cabe para un nucleón. El valor medio de la magnitud E/A para los núcleos pesados se toma igual a $8 \cdot 10^8$ eV.

Algunos de los núcleos pesados (uranio, torio, radio) se desintegran espontáneamente formando nuevos núcleos y desprendiendo partículas α , electrones y fotones de mayor energía (rayos γ , véase la escala de las ondas electromagnéticas). Dicha propiedad se denomina *radioactividad natural*.

Para la radioactividad se han establecido las leyes siguientes:

1. La desintegración radiactiva no depende de las condiciones exteriores (temperatura, presión, interacciones químicas).

2. Las partículas α y γ tienen valores de energía discretos; β — partículas tienen diferentes valores de energía; la fisión beta va acompañada por la emisión de neutrino y antineutrino.

3. La variación del número de los núcleos radiactivos se define por la fórmula

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-t/T}, \quad (6.5)$$

donde N_0 es el número inicial de los núcleos en el instante de tiempo $t=0$; N es el número resto de los núcleos en el instante de tiempo t ; T es el periodo de semidesintegración, intervalo de tiempo durante el cual se desintegra la mitad de los núcleos, λ es la probabilidad de desintegración de un núcleo en un segundo (constante de desintegración). La vida media del núcleo se llama la magnitud $\tau = 1/\lambda$.

4. Los núcleos nuevos que se obtienen después de la desintegración radiactiva ocupan en el sistema periódico otros lugares: durante la fisión alfa el número de orden disminuye en 2, en el caso de desintegración electrónica, aumenta en 1; durante la desintegración con emisión de positrones, disminuye en 1. Esta ley se denomina la ley de desplazamiento.

Las transformaciones nucleares artificiales se provocan mediante la irradiación de los elementos por los protones, neutrones, núcleos de deuterio, helio o elementos más pesados, así como por los rayos gamma. Este fenómeno se denomina la *radiactividad artificial*. Las transformaciones de los núcleos producidos durante la radiactividad artificial se llaman *reacciones nucleares*. Durante las reacciones nucleares pueden formarse nuevos isótopos que antes no existían en la Tierra. En el caso de radiactividad artificial los núcleos radian, generalmente, partículas beta y rayos gamma.

El número de reacciones nucleares K que se producen en una sustancia por un segundo durante el bombardeo con el flujo de partículas P , se determina por la fórmula:

$$K = \sigma n_0 P, \quad (6.6)$$

donde n_0 es el número de átomos en una sustancia, σ es el coeficiente de proporcionalidad el cual se denomina la *sección eficaz de la reacción nuclear*; este coeficiente tiene dimensión del área y equivale numéricamente a la probabilidad de la reacción nuclear en un segundo al bombardear un núcleo por el flujo cuya densidad es igual a una partícula para 1 cm^2 por un segundo.

Las secciones eficaces de las reacciones nucleares se miden en barns: $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ cm}^2$.

La sección eficaz para las partículas rápidas es igual, aproximadamente, a la superficie de la sección transversal del núcleo, es decir, $\sigma = \pi r_0^2$ (r_0 es el radio del núcleo).

La distribución media de la energía al dividir un núcleo pesado es:

energía cinética de neutrones	5 MeV,
energía cinética de productos de fisión	165 MeV,
energía de radiación gamma	8 MeV,
energía que se toma por neutrinos	11 MeV,
energía de productos de fisión (fisión β , y radiación γ)	11 MeV.

Las transformaciones nucleares se utilizan para liberar la energía nuclear mediante fisión de los núcleos pesados (por ejemplo los de uranio U^{235}) o mediante fusión (síntesis) los núcleos ligeros (por ejemplo, los de hidrógeno). La síntesis de los núcleos ligeros puede efectuarse a las temperaturas muy altas (del orden de decenas y centenares millones de grados); estas reacciones se denominan *termonucleares*.

6. Propiedades ondulatorias de las partículas

Cada partícula en movimiento posee propiedades ondulatorias.

Por ejemplo, los electrones, pasando a través de una película metálica, representan una figura semejante a la de difracción de los rayos X y rayos γ (fig. 89).

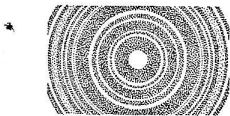


Fig. 89. Difracción de los electrones en hoja fina de plata.

La longitud de onda de la partícula se determina por la correlación

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (6.7)$$

donde m es la masa de la partícula, v es su velocidad, h es la constante de Planck.

7. Interacción de las radiaciones nucleares con una sustancia

Electrones y positrones. Las formas principales de interacción son la difusión elástica e inelástica, deceleración (frenado) por radiación.

En el caso de difusión inelástica tiene lugar la ionización y excitación de los átomos; tales pérdidas se llaman *pérdidas por ionización*.

Cuando entran en interacción los electrones rápidos y los núcleos, tiene lugar su deceleración con emisión de radiación de frenado (por ejemplo los rayos X). Dichas pérdidas se denominan *pérdidas por radiación*. Las pérdidas por ionización y por radiación determinan la longitud de carrera del electrón en una sustancia.

La absorción de los electrones se describe por la ley

$$N_d = N_0 e^{-\mu d}, \quad (6.8)$$

donde N_0 es la intensidad inicial del haz de electrones, N_d es la intensidad del haz después de haber pasado a través de la capa de sustancia de espesor d , μ es el coeficiente lineal de absorción (en cm^{-1}), μ/ρ es el coeficiente másico de absorción que tiene, aproximadamente, un mismo valor en diferentes sustancias (para un mismo radiador), ρ es la densidad de la sustancia.

Núcleos atómicos. Las pérdidas por radiación de los núcleos atómicos no son grandes; el papel principal lo desempeñan las pérdidas por ionización que se definen por la carga y velocidad de las partículas. Por ejemplo, las pérdidas por ionización de un electrón y un protón son mismas, siendo iguales sus velocidades. Sin embargo la longitud de carrera de la partícula (en el caso de energías iguales) depende de la masa; para las partículas pesadas es menor que para las ligeras. En lo que respecta a las partículas alfa la longitud de carrera (en cm) en el aire (siendo normales las condiciones) se determina por la expresión

$$R = 0.309 E^{3/2}, \quad (6.9)$$

donde E es la energía en MeV que varía desde 4 hasta 7 MeV.

Neutrones. La interacción de los neutrones con los núcleos atómicos se efectúa por medio de las fuerzas nucleares; se distinguen en particular dos modos de interacción: difusión y captura.

La difusión puede ser elástica e inelástica; si la difusión es inelástica, la energía cinética varía.

Después de unas colisiones se produce la captura de neutrones por los núcleos.

Rayos gamma. La atenuación de la intensidad del haz de rayos γ se define por la correlación

$$I = I_0 e^{-\mu d}, \quad (6.10)$$

donde I_0 es la intensidad del haz al entrar en la capa de una sustancia, d es el espesor de la capa, μ es el factor lineal de atenuación, μ/ρ es el factor de atenuación másico. Las formas principales de interacción son: difusión en electrones, absorción fotoeléctrica y formación de parejas.

Se distinguen dos tipos de difusión (dispersión) la coherente (para los fotones con energía de hasta 10 keV) y la no coherente (dispersión de Compton). Si las energías son altas, predomina la dispersión no coherente, en este caso se cambia la longitud de la onda.

La absorción fotoeléctrica está relacionada con la interacción del fotón y el electrón del átomo; tiene la máxima probabilidad cuando la energía del fotón un poco sobrepasa la energía de enlace del electrón.

El fotón, cuya energía es más de $2mc^2$ (m es la masa del electrón, c es la velocidad de la luz), puede convertirse, en la proximidad del núcleo, en un par de partículas: electrón y positrón que ionizan los átomos de la sustancia.

De tal modo el factor de atenuación total es

$$\mu = \sigma + \tau + \kappa, \quad (6.11)$$

donde σ , τ , κ son los factores de atenuación que toman en consideración la dispersión de Compton, la absorción fotoeléctrica y la formación de las parejas electrón-positrón respectivamente.

8. Unidades de medida de radiactividad y radiaciones ionizantes

La unidad de actividad de los preparados radiactivos es curie* que equivale a la actividad del isótopo para la cual ocurren $3.7 \cdot 10^{10}$ desintegraciones por segundo. Las derivadas de dicha unidad son *millicurie* (10^{-3} Ci) y *microcurie* (10^{-6} Ci). La masa de un elemento radiactivo cuya actividad es igual a un curie puede ser calculada por la fórmula

$$M = 8.9 \cdot 10^{-14} AT \text{ g},$$

donde A es el número de masa, T es el período de semidesintegración (por segundo).

* En el tiempo actual la actividad se mide por el número de desintegraciones por segundo (desint./s).

La magnitud de radiación que se mide según la ionización del aire se llama la *dosis de irradiación* que se mide en roentgen. Se llama *roentgen* (R) la dosis de irradiación con la cual en 1 cm³ del aire seco a la presión de 760 mm Hg y la temperatura 0° C se forman iones cuya carga es igual a una unidad de CGSE. Siendo la dosis de irradiación igual a 1 R en 1 cm³ del aire se forman 2,08·10⁹ parejas de iones.

La dosis referida a la unidad de tiempo se llama *intensidad de la dosis*. Las unidades de la intensidad de la dosis son: roentgen/hora (R/h), roentgen/minuto (R/min), roentgen/segundo (R/s).

La energía de cualquier tipo de radiación absorbida por la unidad de masa del medio irradiado se denomina *dosis absorbida*. Esta dosis se mide en rads. Un rad es la dosis de irradiación absorbida, equivalente a 100 ergios por un gramo de sustancia irradiada (erg/g).

Para registrar distinta acción biológica de todos tipos de irradiación se introduce la unidad: equivalente biológico de roentgen rep (roentgen equivalente personal). Un rep es la dosis de energía absorbida por un gramo de tejido vivo en el caso de irradiación por cualquier tipo de radiación ionizante, y la cual provoca el mismo efecto biológico que la dosis absorbida igual a 1 rad de los rayos X o γ;

$$\text{dosis (en rep)} = \text{dosis (en rad)} \times \text{EBR},$$

donde EBR es la eficacia biológica relativa que depende del tipo de radiación, el proceso biológico examinado y la intensidad de la dosis. Los valores aproximados de la EBR se aducen a continuación:

rayos X y γ, electrones	1
partículas α, protones	10—20
neutrones térmicos	3
neutrones rápidos	10
iones de carga múltiple	20

La EBR muestra en cuanto veces la acción biológica de radiación dada se diferencia de la acción de rayos X y rayos γ.

9. Clasificación de las partículas elementales

Por la magnitud del spin las partículas se dividen en dos tipos: las con spin entero (0 y 1) y las con el semientero (1/2); las partículas con el spin semientero obedecen al principio de Pauli; las partículas con el spin entero no obedecen a dicho principio.

Según la masa las partículas se dividen en tres grupos: *bariones* (partículas pesadas), *mesones* y *leptones* (partículas ligeras).

A cada partícula elemental le corresponde su antipartícula.

Todo par de tales partículas se caracteriza por tres propiedades fundamentales:

1. Partícula y la antipartícula que le corresponde tienen iguales masa, spin y vida.
2. La partícula y su antipartícula tienen iguales por magnitud y opuestos por el signo cargas eléctricas, números de bariones (leptones) y extrañezas.
3. Los productos de desintegración de la partícula y de su antipartícula son también partículas y antipartículas respectivamente.

El *número bariónico* es el cuántico igual a +1, para los nucleones e hiperciones; -1, para sus antipartículas; 0, para los mesones y leptones.

De modo semejante se introduce el *número leptónico*: +1, para los leptones; -1, para sus antipartículas.

Entre diversas partículas elementales se puede destacar grupos determinados que tienen características parecidas (spin, masa), pero que se distinguen por la carga. Dichos grupos se denominan *multipletes de carga*; por ejemplo, protón y neutrón, mesones π. Las partículas que forman parte de tales grupos se consideran diferentes estados de una partícula.

La magnitud media de cargas de las partículas que forman parte del multiplete se denomina el centro del multiplete de carga; para los nucleones esta magnitud es igual a +1/2, para los mesones π, 0.

Los centros de los multipletes de los hiperciones están desplazados con respecto a los centros respectivos de los nucleones. La *extrañeza* es el número cuántico que se define como la magnitud doble de desplazamiento del centro del multiplete de carga. Para los mesones π y para los nucleones la extrañeza es igual a cero.

10. Transformaciones de las partículas

Debido a diferentes tipos de interacciones unas partículas elementales se transforman en otras. Por ejemplo, en el caso de interacción débil (la cual, no obstante, es 10¹⁰ veces más fuerte que la interacción gravitatoria) el neutrón se transforma en protón, electrón y antineutrino:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu};$$

los mesones se desintegran según los esquemas:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu},$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu} + \nu,$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}.$$

Cuando las partículas chocan con antipartículas las transformaciones se efectúan conforme a los esquemas siguientes:

electrón + positrón → dos cuantos gamma,

es decir,

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma;$$

protón + antiprotón → cinco mesones pi,

es decir,

$$p + \bar{p} \rightarrow 2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^0.$$

En el caso de frenado de los cuantos y de gran energía se forman pares electrón—positrón:

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+.$$

El proceso de interacción de las partículas con las antipartículas y su transformación en otras partículas se denomina *aniquilación*. Durante la aniquilación del electrón y positrón, de las partículas que tienen masa de reposo se forman partículas (cuanto γ) que no tienen masa de reposo; el término "aniquilación" no sobreentiende ninguna liquidación de la masa y energía en dichas transformaciones, y la ley de conservación de la masa—energía se cumple muy estrictamente. Los ejemplos típicos de transformación de las partículas elementales van mencionadas en la tabla 139.

TABLAS Y GRÁFICAS

Niveles de energía del átomo de hidrógeno

Los niveles de energía se calculan de acuerdo con la fórmula (6.2), donde n es igual a 1, 2, 3, 4 etc. Utilizando el esquema de los niveles es fácil calcular las frecuencias de las líneas espectrales en el espectro del átomo de hidrógeno por la correlación (6.4).

Cuando los electrones pasan al nivel con $n=1$ se emite un sistema de líneas que se denomina la *serie de Lyman* (fig. 90); las líneas de dicha serie se encuentran en la región ultravioleta.

Durante el paso al nivel con $n=2$ se emiten las líneas de la *serie de Balmer* (cuatro líneas de esta serie se encuentran en la parte visible del espectro, las demás, en la ultravioleta), al pasar al nivel con $n=3$, las líneas de la *serie de Paschen* (se encuentran en la región infrarroja).

Los números de las flechas más cortas de cada serie mostrados en la fig. 90 indican la longitud máxima de la onda en Å de la serie dada ($1 \text{ Å} = 10^{-8} \text{ cm}$).

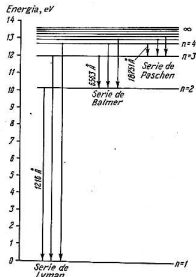


Fig. 90. Esquema de niveles de energía y el espectro de radiación del átomo de hidrógeno.

Períodos	Series	GRUPOS DE				
		I	II	III	IV	V
1	I	H ¹ 1,00797				
2	II	Li ³ 6,939	Be ⁴ 9,0122	B ⁵ 10,811	C ⁶ 12,01115	N ⁷ 14,0067
3	III	Na ¹¹ 22,9898	Mg ¹² 24,305	Al ¹³ 26,9815	Si ¹⁴ 28,086	P ¹⁵ 30,9738
4	IV	K ¹⁹ 39,102	Ca ²⁰ 40,08	Sc ²¹ 44,956	Ti ²² 47,90	V ²³ 50,942
4	V		Cu ²⁹ 63,546	Zn ³⁰ 65,37	Ga ³¹ 69,72	Ge ³² 72,59
5	VI	Rb ³⁷ 85,47	Sr ³⁸ 87,62	Y ³⁹ 88,905	Zr ⁴⁰ 91,22	Nb ⁴¹ 92,906
5	VII		Ag ⁴⁷ 107,868	Cd ⁴⁸ 112,40	In ⁴⁹ 114,82	Sn ⁵⁰ 118,69
6	VIII	Cs ⁵⁵ 132,905	Ba ⁵⁶ 137,34	La* ⁵⁷ 138,91	Hf ⁷² 178,49	Ta ⁷³ 180,946
6	IX		Au ⁷⁹ 196,967	Hg ⁸⁰ 200,59	Tl ⁸¹ 204,37	Pb ⁸² 207,19
7	X	Fr ⁸⁷ [223]	Ra ⁸⁸ [226]	Ac** ⁸⁹ [227]	Ku ¹⁰⁴ [263]	

* LANTAN

58	59	60	61	62	63	64
Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd
140,12	140,907	144,24	[147]*	150,36	151,96	157,25

** ACTI

90	91	92	93	94	95	96
Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm
232,038	[231]	238,03	[237]	[244]	[243]	[247]

Entre corchetes van indicados los números

Observación. En las casillas de la tabla se indican: el símbolo del elemento, el número de electrones en las capas: la primera cifra de abajo, cheteta se señalan los números de masa de los isótopos más estables o mejor

ELEMENTOS		VII		VIII	
VI				He ² 4,0026	
				Ne ¹⁰ 20,179	
				Ar ¹⁸ 39,948	
24	Cr ^{51,996}	25	Mn ^{54,9380}	26	Fe ^{55,847}
		27	Co ^{58,9332}	28	Ni ^{58,71}
34	Se ^{78,96}	35	Br ^{79,904}		
					Kr ^{83,80}
42	Mo ^{95,94}	43	Tc ^{[99]*}	44	Ru ^{101,07}
				45	Rh ^{102,905}
				46	Pd ^{106,4}
52	Te ^{127,60}	53	I ^{126,9044}		
					Xe ^{131,30}
74	W ^{183,85}	75	Re ^{186,2}	76	Os ^{190,2}
				77	Ir ^{192,2}
				78	Pt ^{195,09}
84	Po ^[209]	85	At ^[210]		
					Rn ^[222]
(U)					

IDOS 58-71

66	68	67	68	69	70	71
Tb	Dy	Ho	Er	Tu	Yb	Lu
158,924	162,50	164,930	167,26	168,934	173,04	174,967

NIDOS

87	88	89	100	101	102	103
Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr
[247]	[251]*	[254]	[257]	[258]	[255]	[267]

de masa de los isótopos más estables

mento; arriba, el número atómico; abajo, el peso atómico. Las columnas de la capa K, la segunda, de la L, etc., de las capas M, N, O, P, Q. En los corchetes.

Tabla 133

Distribución de los electrones en el átomo por capas y niveles

Capa	Nivel	Números cuánticos				Número máximo de electrones
		<i>n</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>s</i>	
K	1s	1	0	0	$\pm 1/2$	2
L	2s		0	0	$\pm 1/2$	2
	2p	2	1	-1 0 +1	$\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$	6
M	3s		0	0	$\pm 1/2$	2
	3p		1	-1 0 +1	$\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$	6
	3d	3	2	-2 -1 0 +1 +2	$\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$	10
N	4s		0	0	$\pm 1/2$	2
	4p		1	-1 0 +1	$\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$	6
	4d	4	2	-2 -1 0 +1 +2	$\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$	10
	4f		3	-3 -2 -1 0 +1 +2 +3	$\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$ $\pm 1/2$	14

Tabla 134

Líneas principales del espectro característico de rayos X de algunos elementos (serie K)

Elemento	Longitud de onda, Å		
	α_1	α_2	β
Aluminio	9,89		
Silicio	7,128	7,125	6,768
Cromo	2,294	2,290	2,085
Manganeso	2,106	2,102	1,910
Hierro	1,940	1,936	1,757
Cobalto	1,793	1,789	1,621
Níquel	1,662	1,658	1,500
Cobre	1,544	1,541	1,392
Cinc	1,439	1,435	1,295
Germanio	1,258	1,254	1,129
Selenio	1,109	1,105	0,992
Volframio	0,214	0,209	0,184
Oro	0,185	0,180	0,159
Plomo	0,170	0,165	0,146
Uranio	0,131	0,126	0,111

Tabla 135

Algunos isótopos radiactivos y sus características

Elemento	Símbolo del isótopo radiactivo	Período de semidesintegración	Energía de radiación, MeV	
			partículas β	rayos γ
Carbono	C ¹⁴	5568 años	0,155	—
Sodio	Na ²²	15,0 horas	1,39	1,38; 2,76
Fósforo	P ³²	14,3 días	1,71	—
Azufre	S ³⁵	87,1 días	0,167	—
Cloro	Cl ³⁷	3,1·10 ⁸ años	0,714	—
Calcio	Ca ⁴⁵	152 días	0,254	—
Escandio	Sc ⁴⁶	85 días	0,36	0,89; 1,12
Titanio	Ti ⁴⁸	5,8 min	2,13	0,32; 0,61; 0,93
Cromo	Cr ⁵¹	28 días	—	0,32; 0,57
Hierro	Fe ⁵⁵	2,9 años	—	0,21
	Fe ⁵⁹	45 días	0,46; 0,27	1,1; 1,29
Cobalto	Co ⁵⁷	5,3 años	0,3	1,17; 1,33
Selenio	Se ⁷⁵	127 días	—	0,2—0,4
Estroncio	Sr ⁹⁰	51 días	1,46	—

Tabla 135 (continuación)

Elemento	Símbolo del isótopo radioactivo	Período de semidesintegración	Energía de radiación, MeV	
			partículas β	rayos γ
Zirconio	Zr ⁹⁵ ₉₀	65 días	0,36; 0,40; 0,88	0,23; 0,72; 0,75
Tecnecio	Tc ⁹⁸ ₄₃	2,12·10 ⁶ años	0,3	—
Plata	Ag ¹¹⁰ ₄₇	270 días	{ 0,087; 0,53; 2,12; 2,86	{ 0,1—2,5
.....	As ⁸⁴ ₃₃	7,5 días	0,7; 0,8; 1,0	0,25; 0,34
Cadmio	Cd ¹⁰⁹ ₄₈	470 días	—	0,087
.....	Cd ¹¹⁵ ₄₈	43 días	0,7; 1,61	0,5—1,3
Antimonio ...	Sb ¹²¹ ₅₁	2,0 años	{ 0,25; 0,34; 0,61; 0,82	{ 0,08—0,72
Yodo	I ¹³¹ ₅₃	8,14 días	{ 0,25; 0,34; 0,61; 0,82	{ 0,08—0,72
Cesio	Cs ¹³⁷ ₅₅	27 años	0,51; 1,17	0,66
Prometio	Pm ¹⁴⁷ ₆₁	2,6 años	0,22	0,121
Europio	Eu ¹⁵³ ₆₃	1,7 años	0,15; 0,24	0,06—0,132
Tulio	Tu ¹⁷⁰ ₆₉	129 días	0,88; 0,97	0,08
Hafnio	Hf ¹⁸¹ ₇₂	46 días	0,4	0,004—0,62
Tantalio	Ta ¹⁸² ₇₃	111 días	0,53	0,06—1,6
Volframio ...	W ¹⁸⁵ ₇₄	73,2 días	0,37; 0,43	{ 0,056; 0,57; 0,77
Iridio	Ir ¹⁹² ₇₇	74,4 días	{ 0,10; 0,26; 0,54; 0,67	{ 0,2—0,9
Oro	Au ¹⁹⁸ ₇₉	2,7 días	{ 0,29; 0,96; 1,37	0,41—1,09
.....	Au ¹⁹⁹ ₇₉	3,15 días	{ 0,29; 0,44; 0,47	{ 0,05; 0,16; 0,21
Mercurio	Hg ²⁰³ ₈₀	5,6 min	1,8	0,23
Talio	Tl ²⁰⁴ ₈₁	4,1 años	0,77	—

Tabla 136

Algunos elementos obtenidos artificialmente

Número atómico	Denominación	Símbolo	Números de masa de los isótopos	Período de semidesintegración
61	Prometio	Pm	146—151; 147	2,6 años
85	Astato	At	210—219	8,3 horas
87	Francio	Fr	219—223	23 min.
93	Neptunio	Np	231—241; 237	2,2·10 ⁶ años

Tabla 136 (continuación)

Número atómico	Denominación	Símbolo	Números de masa de los isótopos	Período de semidesintegración
94	Plutonio	Pu	236—246; 244	7,5·10 ⁷ años
95	Americio	Am	240—246; 243	8·10 ⁵ años
96	Curio	Cm	238—250; 247	4·10 ⁵ años
97	Berkelio	Bk	243—250; 247	700 años
98	Californio	Cf	244—254; 251	660 años
99	Einsteinio	Es	247—255; 254	~1 año
100	Fermio	Fm	250—256; 253	4,5 años
101	Mendelevio	Md	255; 256	30 min.
102	Nobelio	No	255	—
103	Lorencio	Lw	257	~8 s
104	Kurchatovio	Ku	260	~0,3 s

Observación. Los caracteres gruesos indican los números másicos de los isótopos con el máximo período de semidesintegración.

Tabla 137

Momentos de impulsos J y momentos magnéticos p de los núcleos

Z	Núcleo	Número de masa	J ($\hbar/2\pi$)	p (en los magnetrones nucleares)
0	H	1	1/2	-1,9125
1	H	1	1/2	2,7928
1	D	2	1	0,8365
2	He	3	1/2	-2,131
3	Li	4	0	0
3	Li	6	1	0,821
4	Be	7	3/2	3,2532
4	Be	9	3/2	-1,176
5	B	11	3/2	2,686
6	C	12	0	0
6	C	13	1/2	0,701
7	N	14	1	0,403
7	N	15	1/2	0,280
8	O	16	0	0
17	Cl	35	5/2	1,368
80	Hg	199	1/2	0,5
		201	3/2	-0,6

Observación. El signo menos indica que el sentido de los momentos magnético y mecánico son opuestos.

Tabla 138

Partículas elementales

Partícula	Símbolo	Carga en e	Masa de reposo, MeV	Sp in	Número bariónico	Estranjería	Tiempo de vida medio, s	Productos de desintegración ordinarios
Hiperones:								
ksi menos	Ξ^-	-1	1319	1/2	+1	-2	$2.10 \cdot 10^{-10}$	$n^- + \Lambda$
ksi cero	Ξ^0	0	1311	1/2	+1	-2	$2.10 \cdot 10^{-10}$	$n^0 + \Lambda$
sigma menos	Σ^-	-1	1196	1/2	+1	-1	$1.6 \cdot 10^{-10}$	$n^- + n$
sigma cero	Σ^0	0	1192	1/2	+1	-1	10^{-10}	$\nu + \Lambda$
sigma más	Σ^+	+1	1190	1/2	+1	-1	$0.8 \cdot 10^{-10}$	$\bar{\nu} + n$
Lambda	Λ	0	1115	1/2	+1	-1	$2.5 \cdot 10^{-10}$	$n^- + p$
Nucleones:								
neutrón	n	0	940	1/2	+1	0	$1.0 \cdot 10^3$ estable	$e^- + \nu + p$
proton	p	+1	938	1/2	+1	0		
Mesones:								
ka cero	K^0	0	498	0	0	+1	$1 \cdot 10^{-10}$ ó $6 \cdot 10^{-8}$	$\begin{cases} n^0 + n^- \\ n^0 + n^0 \\ n^+ + \mu^- + \bar{\nu} \end{cases}$
ka más	K^+	+1	494	0	0	+1	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$\begin{cases} \mu^+ + \nu \\ n^0 + n^0 \end{cases}$
pi más	π^+	+1	140	0	0	0	$2.6 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu$
pi cero	π^0	0	135	0	0	0	10^{-16}	$\gamma + \gamma$
Fotón	γ	0	0	1	0	0	estable	—
Leptones:								
mu menos	μ^-	-1	106	1/2	0	—	$2.26 \cdot 10^{-6}$	$e^- + \nu + \bar{\nu}$
mesón	e^-	-1	0.511	1/2	0	—	estable	—
electrón	ν	0	0	1/2	0	—	estable	—
neutrino								

Tabla 139

Fuentes de radiación y detectores de partículas elementales

Partículas	Fuente de radiación	Lo que ha sido medido u observado	Modo de observación
π^+	Reactor nuclear	$p + \bar{\nu} + n + e^+$, aniquilación e^+ , captura n	Contadores
e^-	Tubo de rayos catódicos	Relación entre la carga y la masa	Pantalla fluorescente
e^+	Rayos cósmicos	Relación entre la carga y la masa	Cámara de niebla (de Wilson)
μ^+ , μ^-	Rayos cósmicos	Al pasar las partículas a través de plomo absorción de radiación no se observa; se desintegra en el estado de reposo	Cámara de niebla
n^+	Rayos cósmicos	Desintegración en el estado de reposo	Emulsión
n^-	Rayos cósmicos	Interacción nuclear en el estado de reposo	Emulsión
n^0	Acelerador	Desintegración con formación de neutrino	Contadores
K^+	Rayos cósmicos	Desintegración	Emulsión
K^-	Rayos cósmicos	Interacción nuclear en el estado de reposo	Emulsión
K^0	Rayos cósmicos	Desintegración en $\pi^+ + \pi^-$	Cámara de niebla
n	Fuente de polonio y berilio	Masa	Cámara de ionización
$\bar{p}$	Acelerador	Relación de la carga a la masa y aniquilación	Contadores
$\bar{n}$	Acelerador	Aniquilación	Cámara de niebla
Λ^0	Rayos cósmicos	Desintegración en $p + \pi^-$	Emulsión
Λ^+	Acelerador	Desintegración en $p + \pi^+$	Emulsión
Σ^+	Rayos cósmicos	Desintegración en estado de reposo	Emulsión
Σ^-	Acelerador	Desintegración en $\pi^- + n$	Cámara de difusión
Σ^0	Acelerador	Desintegración en $\Lambda^0 + \gamma$	Cámara de burbujas
Ξ^-	Rayos cósmicos	Desintegración en $\pi^- + \Lambda^0$	Cámara de niebla
Ξ^0	Acelerador	Desintegración en $\pi^0 + \Lambda^0$	Cámara de burbujas
ν	Acelerador	$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ $\nu + n \rightarrow p + \mu^-$	Cámara de chispas

Secciones eficaces de los neutrones

En la primera columna va indicado el elemento, en la segunda, la sección total de absorción y difusión de los neutrones rápidos (2-10 MeV); en las tercer-quinta columnas van mencionadas las secciones eficaces (en barn) para los neutrones térmicos (0,025 eV); σ_a es la sección de absorción; σ_{sc} es la sección de difusión; σ_{af} es la sección de activación para diferentes isótopos.

Elemento	Neutrones rápidos	Neutrones térmicos		
		σ_a	σ_{sc}	σ_{af}
H	0,9	38 (H ₂)	0,33	—
He	1,4	0,8	—	—
Al	1,7	1,4	0,23	—
Fe	3,0	11,4	2,53	0,003
Ni	3,2	17,5	4,6	0,03
Cu	3,2	7,8	3,7	0,64; 2,9
Ce	3,4	9	2,4	0,002; 0,02; 0,2; 0,6
Ge	4,3	7	2600	0,1; 0,3; 0,04
Cd	4,8	21	380	0,025; 1,0
Hg	4,7	11,4	0,17	0,0003
Pb	7,2	12,6	7,4	—
Th-232	5,2	8,3	7,68	2,73; 0,76
U	1,3	—	687	107; 580 (fisión)
U-235	2,0	—	1065	315; 750 (fisión)

Observación. En la última columna para algunos elementos van mencionados los valores σ_a para diferentes isótopos; para el uranio-235 y plutonio-239 están indicadas las secciones eficaces de la reacción de fisión.

Tabla 141

Factores de atenuación máxicos de los rayos X

(μ/ρ , cm²/g)

Longitud de onda, Å	Elementos							
	C	N	O	Al	Fe	Cu	Ag	Pb
0,2	0,167	0,177	0,183	0,27	1,06	1,45	5,4	4,6
0,4	0,243	0,34	0,336	1,05	7,1	10	37	33
0,6	0,40	0,73	0,730	3,3	23,5	32	17	77
0,8	0,80	1,51	1,53	7,3	50,7	71	39	147
1,0	1,40	2,6	—	14,0	95	134	71	77
1,2	2,5	—	—	24	170	218	120	128
1,4	3,9	—	—	36	270	42	174	180
1,6	5,8	—	—	55	390	60	250	258
1,8	7,9	—	—	79	61	85	354	360
2,0	10,0	—	—	106	78	119	436	—

Coefficientes de absorción máxicos de los electrones en aluminio

Energía, eV	μ/ρ , cm ² /g	Energía, eV	μ/ρ , cm ² /g
9-10 ²	2,5-10 ⁴	2,0-10 ³	29
5,8-10 ³	1,5-10 ³	4,6-10 ³	9,0
1,05-10 ⁴	3,3-10 ²	6,6-10 ³	6,0
4,66-10 ⁴	7,4-10 ¹		
1,0-10 ⁵	1,3-10 ¹		

Dosis de irradiación máxicas admisibles

El peligro de irradiación interior depende del órgano que está afectado. El órgano crítico es tal órgano la acumulación del isótopo radiactivo en el cual afecta, en mayor grado, todo el organismo. Las normas sanitarias establecen tres grupos de los órganos críticos: I grupo, todo el cuerpo, gónadas, cristalino y órganos de formación de sangre; II grupo, músculos, tejido graso, hígado, riñones, páncreas, trayecto intestinal y pulmones; III grupo, piel, glándula tiroidea, huesos.

Categoría de irradiación	Irradiación externa		Irradiación interna					
			I grupo		II grupo		III grupo	
	m rep/semana	rep/año	m rep/semana	rep/año	m rep/semana	rep/año	m rep/semana	rep/año
A — profesional ..	100	5	100	5	300	15	600	30
B — en locales contiguos	10	0,5	10	0,5	30	1,5	60	3
C — irradiación de toda la población	1	0,05	1	0,05	10	0,5	20	1

En todos los casos para los 30 años la dosis total no debe exceder 60 rep.

Tabla 144

Carrera de la partícula alfa en el aire,
tejido biológico y aluminio

Energía, MeV	En el aire, cm	En el tejido, μm	En aluminio, μm
4,0	2,5	31	16
5,0	3,5	43	23
6,0	4,6	56	30
7,0	5,9	72	38
8,0	7,4	91	48
9,0	8,9	110	58
10,0	10,6	130	69

Componentes de la atenuación completa
de los rayos gamma en el plomo y aluminio

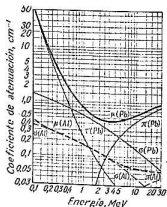


Fig. 91. Factor de atenuación total de los rayos gamma $\mu = \sigma + \tau + \kappa$, donde σ , τ , κ son los factores de atenuación que tienen en cuenta respectivamente la dispersión de Compton, absorción fotoeléctrica y formación de los pares eléctricos, en el plomo (Pb) y aluminio (Al). En el eje de abscisas van marcados los valores de energía (en MeV), en el eje de ordenadas, los factores de atenuamiento (en cm^{-1}); las dos escalas son logarítmicas.

Energía de enlace de los núcleos

En el eje de abscisas (fig. 92) están marcados los números de masa, en el eje de ordenadas, los valores de energía de enlace que corresponde a un nucleón igual a MeV. Los valores de energía de enlace para los núcleos ligeros se dan en forma de puntos aislados; la curva continua representa valores medios en isobaras; las elevaciones y descensos de la curva se observan durante el experimento.

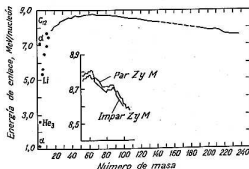


Fig. 92. Curva de energía de enlace de los núcleos.

En la gráfica interior van expuestos los valores experimentales para los núcleos con números de masa desde 50 hasta 100 (la escala en el eje de ordenadas está aumentada).

La liberación de la energía nuclear se hace posible bien por medio de la fisión de los núcleos pesados, bien mediante la fusión de los núcleos ligeros; en ambos casos se obtienen nuevos núcleos con mayor energía de enlace respecto a la energía de enlace antes de la transformación.

Ejemplos de reacciones nucleares

Las reacciones nucleares se efectúan desprendiendo o absorbiendo la energía.

En las reacciones que se muestran a continuación los números primer miembro de la ecuación indican la magnitud de la energía absorbida, los del segundo, la desprendida (en MeV);

- $N_1^4 + He_2^4 + 1,1 = O_2^7 + H_1^1$.
- $Li_1^7 + H_1^1 = 2He_2^4 + 17,3$.
- $Al_{13}^27 + He_2^4 + 28,2 = P_{15}^{31} + n_0^1$.
- $N_1^4 + n = C_6^4 + H_1^1 + 0,6$.
- $Al_{13}^27 + C_6^4 = Cl_{17}^35 + He_2^4 + n_0^1 + 28,2$.
- $Th_{90}^{232} + n_0^1 \rightarrow Th_{90}^{233}$,
 $Th_{90}^{233} \rightarrow Pa_{91}^{233} + e^-$,
 $Pa_{91}^{233} \rightarrow U_{92}^{233} + e^-$.

Observaciones. 1. Las flechas en las ecuaciones indican que las reacciones se desarrollan espontáneamente.

2. Durante la fisión de un núcleo de uranio se desprende energía igual a 200 MeV; la energía liberada de 1 g de uranio es igual a $2 \cdot 10^8$ kW/h.

Síntesis del helio de hidrógeno

El gran valor teórico y práctico tiene la reacción de obtener núcleos de helio por medio de fusión de los núcleos de hidrógeno, ya que en este caso se desprende gran cantidad de energía.

A continuación se aducen reacciones posibles. La magnitud de la energía desprendida se da en MeV:

- $H_1^1 + H_1^1 \rightarrow He_2^4 + \gamma + 23,8$
- $H_1^1 + H_1^1 \rightarrow He_2^4 + \gamma + 5,4$
- $He_2^4 + H_1^1 \rightarrow He_2^4 + e^+ + 18,7$
 $He_2^4 + H_1^1 \rightarrow He_2^4 + H_1^1 + 14,3$.

Reacciones de fusión de los núcleos

Las reacciones de fusión de los núcleos pueden efectuarse sólo a las temperaturas altas (decenas de millones de grados). A continuación se exponen los ejemplos de tales reacciones.

- $C_6^4 + H_1^1 \rightarrow N_7^4 + \gamma + 1,9$.
- $N_7^4 \rightarrow C_6^4 + e^+ + 1,2$.
- $C_6^4 + H_1^1 \rightarrow N_7^4 + 7,5$.
- $N_7^4 + H_1^1 \rightarrow O_8^4 + \gamma + 7,3$.
- $O_8^4 \rightarrow N_7^4 + e^+ + 1,7$.
- $N_7^4 + H_1^1 \rightarrow C_6^4 + He_2^4 + 4,9$.

APÉNDICES

I. Algunos números que se encuentran más frecuentemente

$\pi = 3,141593$	$\sqrt{\pi} = 1,77245$	$1^\circ = 0,017453 \text{ rad}$
$4\pi = 12,56637$	$e = 2,718282$	$1' = 0,000291 \text{ rad}$
$2/\pi = 0,63662$	$\sqrt{2} = 1,41421$	$1'' = 0,0000048 \text{ rad}$
$\pi^2 = 9,86960$	$\sqrt{3} = 1,73205$	

II. Fórmulas para los cálculos aproximados

$\frac{1}{1+x} = 1 - x$	$-0,031 < x < 0,031$
$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x$	$-0,085 < x < 0,093$
$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x$	$-0,052 < x < 0,052$
$\text{sen } x = x$	$-0,077 < x < 0,077$
$e^x = 1 + x$	$-0,045 < x < 0,045$

Las desigualdades muestran aquellos límites de la magnitud x con las cuales el cálculo a base de las fórmulas aproximadas lleva a los errores que no exceden 0,1%.

III. Elementos de la teoría de errores

Todas las mediciones se puede efectuar sólo con el grado de exactitud determinado.

La exactitud de medición se determina por la mínima parte de la unidad de medida hasta la que se puede con seguridad efectuar la medición. Para evitar errores casuales, posibles en cada medición, se debe efectuar mediciones varias veces y tomar la media aritmética de todos los resultados.

Si la magnitud A se ha medido n veces y $A_1, A_2, \dots, A_n$ son los resultados de las mediciones respectivas, entonces el valor medio es

$$A_{\text{med}} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n}$$

La desviación $\Delta A_i = |A_{\text{med}} - A_i|$ se denomina *error absoluto* de una medición. La magnitud

$$\Delta A = \frac{\Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n}{n}$$

se denomina *error absoluto* medio de medición.

Suele considerarse que $A_{\text{med}} - \Delta A < A < A_{\text{med}} + \Delta A$.

La relación $\Delta A/A_{\text{med}}$ se llama *error relativo* medio de medición. Frecuentemente se expresa en tanto por ciento.

El resultado que presenta interés para el experimentador sólo en pocos casos puede ser obtenido midiendo una sola magnitud. Por lo común se deben medir varias magnitudes y el resultado se calcula por la fórmula respectiva. En la tabla que se da a continuación van expresiones para los errores absolutos y relativos de los resultados calculados por las fórmulas que se encuentran más frecuentemente.

Fórmula	Error absoluto	Error relativo	Fórmula	Error absoluto	Error relativo
$A + B$	$\Delta A + \Delta B$	$\frac{\Delta A + \Delta B}{ A + B }$	$\frac{A}{B}$	$\frac{B \Delta A + A \Delta B}{B^2}$	$\frac{\Delta A}{ A } + \frac{\Delta B}{ B }$
$A - B$	$\Delta A + \Delta B$	$\frac{\Delta A + \Delta B}{ A - B }$	A^n	$n A^{n-1} \Delta A$	$n \frac{\Delta A}{ A }$
$A \cdot B$	$\Delta A B + B \Delta A$	$\frac{\Delta A}{ A } + \frac{\Delta B}{ B }$	$\sqrt[n]{A}$	$\frac{1-n}{n} \frac{\Delta A}{A}$	$\frac{1-n}{n} \frac{\Delta A}{ A }$
$\text{sen } A$	$ \cos A \Delta A$	$ \text{ctg } A \Delta A$	$\cos A$	$ \text{sen } A \Delta A$	$ \text{tg } A \Delta A$

Ejemplo. Para determinar la densidad de un cuerpo sólido es necesario medir el volumen de éste y su masa. Supongamos que la medición del volumen del sólido se haya efectuado con exactitud de hasta 1,5% y la de la masa, con exactitud de hasta 1%. Entonces el error relativo, al medir la densidad del sólido, sea 2,5%. De este modo supongamos que

$$\left(\frac{m}{V}\right)_{\text{med}} (1 - 0,025) < \frac{m}{V} < \left(\frac{m}{V}\right)_{\text{med}} (1 + 0,025).$$

IV. Prefijos para designar las unidades

Tera (T)	10^{12}	Centi (c)	10^{-2}
Giga (G)	10^9	Mili (m)	10^{-3}
Mega (M)	10^6	Micro (μ)	10^{-6}
Kilo (k)	10^3	Nano (n)	10^{-9}
Deci (d)	10^{-1}	Pico (p)	10^{-12}

V. Medidas de diferentes magnitudes

Masa

- 1 t (tonelada) = 10 q (quintal) = 1000 kg
- 1 quilate = $2 \cdot 10^{-4}$ kg
- 1 pud = 16,38050 kg

Longitud

- 1 μ m (micrón) = 10^{-6} m
- 1 Å (angström) = 10^{-8} cm
- 1 X = 10^{-11} cm
- 1 pulgada (in) = 25,40 mm
- 1 pie (ft) = 0,30480 m
- 1 yarda (yd) = 0,91440 m
- 1 milla G.B. (mi) = 1609 m
- 1 milla marina = 1852 m
- 1 año de luz = $9,463 \times 10^{12}$ km
- 1 parsec = 3,26 del año de luz = $3,08 \cdot 10^{13}$ km

Tiempo

- 1 año = 31 556 925, 975 s
- 1 día = 24 h = 1440 min = 86 400 s
- 1 h = 60 min = 3600 s

Presión

- 1 at (atmósfera técnica) = 1 kgf/cm² = 735,66 mm Hg =
= 9,80665 · 10⁴ N/m²
1 mm Hg (milímetro de la columna de mercurio) = 0,001316 at =
= 133,3 din/cm² = 133,3 H/m²
1 atm (atmósfera normal) 760 mm Hg = 1,033 kgf/cm² =
= 1,013 · 10⁵ din/cm² = 1,013 · 10⁵ N/m².

Temperatura

El número de grados Celcio (°C) = $\frac{5}{4}^{\circ}\text{R} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32) =$
= (°K - 273). Aquí °R es el número de grados en escala de Réau-
mur, °F, número de grados Fahrenheit, °K, de Kelvin.

Conductibilidad térmica

- 1 kcal/m · h · grad = 2,778 · 10⁻⁵ cal/cm · s · grad = 1,162 · 10⁻²
W/cm · grad

Trabajo y energía

- 1 W · h = 360 J
1 J (julio) = 10⁷ erg = 0,239 cal (caloría)
1 kgm (kilogramometro) = 9,81 J
1 kcal (kilocaloría) = 1,16 W · h
1 eV (electrón-voltio) = 1,6019 · 10⁻¹² erg = 1,6019 · 10⁻¹⁹ J

Potencia

- 1 W = 10⁷ erg/s, 1 kW = 102 kgm/s = 1,36 C.V.

Capacidad eléctrica

- 1 cm = 1,11 pF = 1,11 · 10⁻¹² F

VI. Constantes físicas universales

- Constante de la gravitación γ 6,67 · 10⁻¹¹ kg⁻¹ · m³ · s⁻²
Volumen de una molécula gramo
de gas perfecto en condiciones
normales V_{μ} 22,4207 l

- Constante de los gases universal R 8,314 J · grad⁻¹ · mol
Constante de Faraday F 96 520 C · equiv⁻¹
Número de Avogadro N_A 6,0247 · 10²³ mol⁻¹
Constante de Boltzmann k 1,3805 · 10⁻¹⁶ erg · grad⁻¹
Masa del átomo de hidrógeno m_H 1,673 · 10⁻²⁴ g
Masa del protón m_p 1,672 · 10⁻²⁴ g
Masa del electrón m_e 9,108 · 10⁻²⁸ g
Carga del electrón e 4,8029 · 10⁻¹⁰ CGSE,
1,602 · 10⁻¹⁹ C
Velocidad de la luz en el vacío c 2,99793 · 10¹⁰ cm · s⁻¹
Constante de Wien c_1 0,289780 cm · grad
Constante de Planck h 0,6254 · 10⁻²⁷ erg · s
Constante de Stefan—Boltzmann σ 5,6696 · 10⁻¹² W · cm⁻² ·
× grad⁻⁴
Constante de Rydberg para hidró-
geno R_H 109,677,576 cm⁻¹
Constante de Rydberg para deu-
terio R_D 109,707,419 cm⁻¹
Magnetón de Bohr μ_B 9,273 · 10⁻²¹ erg/Gs
Magnetón nuclear μ_n 5,050 · 10⁻²⁴ erg/Gs

VII. Sistema de unidades SI

En la tabla se dan los nombres, símbolos y dimensiones de las unidades más empleadas en el SI.

Para pasar a otros sistemas, CGSE y CGSM, en las últimas columnas se aducen las correlaciones entre las unidades de dichos sistemas y las unidades relativas del SI.

Para las magnitudes mecánicas los sistemas CGSE y CGSM coinciden totalmente; aquí las unidades principales son: centímetro, gramo (masa) y segundo.

La diferencia en los sistemas CGS existe sólo para las magnitudes eléctricas. Esto se debe a que en calidad de la cuarta unidad principal en el CGSE se toma permitividad del vacío ($\epsilon_0=1$), y en el CGSM, permeabilidad magnética del vacío ($\mu_0=1$).

En el sistema de Gauss las unidades fundamentales son el gramo, el centímetro, el segundo, $\epsilon_0=1$ y $\mu_0=1$ (para el vacío). En este sistema las magnitudes eléctricas se miden en el CGSE, y las magnéticas, en el CGSM.

Magnitud	Nombre	Dimensión	Símbolo	Contiene unidades CGS		
			Letra latina	CGSE	CGSM	
1. Unidades fundamentales						
Longitud	metro	m	m	10^3 cm	10^3 cm	
Masa	kilogramo	kg	g	10^3 g	10^3 g	
Tiempo	segundo	s	s	1 s	1 s	
Intensidad de la corriente ..	amperio	A	A	$3 \cdot 10^9$	10^{-1}	
Temperatura ..	grado Kelvin	grad	grad	—	—	
Intensidad de la luz ...	candela	cd	cd	—	—	
2. Unidades mecánicas						
Velocidad ...	metro por segundo	m/s	m/s	10^3 cm/s	10^3 cm/s	
Aceleración ..	metro por segundo en segundo	m/s ²	m/s ²	10^3 cm/s ²	10^3 cm/s ²	
Trabajo y energía	julio	kg·m ² /s ² = julio	J	10^7 erg	10^7 erg	
Fuerza	newton	kg·m/s ² = julio/m	N	10^5 din	10^5 din	
Potencia	vatio	kg·m ² /s ³ = julio/s	W	10^7 erg/s	10^7 erg/s	
3. Unidades eléctricas						
Cantidad de electricidad ..	culombio	A·s = C	C	$3 \cdot 10^9$	10^{-1}	
Tensión, f. e. m.	voltio	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2} = \text{V}$	V	$\frac{1}{300}$	10^8	
Intensidad del campo eléctrico	voltio por metro	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$	$\frac{\text{V}}{\text{m}}$	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-4}$	10^6	
Capacidad eléctrica	faradio	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} = \frac{\text{s}}{\Omega}$	F	$9 \cdot 10^{11}$ cm	10^{-9}	
Resistencia eléctrica	ohmio	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}}$	Ω	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$	10^9	

Magnitud	Nombre	Dimensión	Símbolo	Contiene unidades CGS	
			Letra latina	CGSE	CGSM
Resistividad ..	ohmio por metro	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^3}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2} = \Omega \cdot \text{m}$	$\Omega \cdot \text{m}$	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-9}$	10^{11}
Permitividad ..	faradio por metro	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{F}}{\text{m}}$	$\frac{\text{F}}{\text{m}}$	$36\pi \cdot 10^9$	$4\pi \cdot 10^{-11}$
4. Unidades magnéticas					
Flujo magnético	weber	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$	Wb	$\frac{1}{300}$	10^8 Mx
Inducción magnética ..	tesla	$\frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$	T	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$	10^4 Gs
Intensidad del campo magnético ..	amperio por metro	$\frac{\text{A}}{\text{m}}$	$\frac{\text{A}}{\text{m}}$	$12\pi \cdot 10^7$	$4\pi \cdot 10^{-3}$ Oe
Inductancia ..	henrio	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2} = \Omega \cdot \text{s}$	H	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$	10^9 cm
Permeabilidad magnética ..	henrio por metro	$\frac{\text{H}}{\text{m}}$	$\frac{\text{H}}{\text{m}}$	$\frac{1}{36\pi \cdot 10^{11}}$	$\frac{1}{4\pi} \cdot 10^7$
5. Unidades ópticas					
Flujo luminoso ...	lumen	cd·sr	lm	—	—
Brillo	nit	$\frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$	nt	—	—
Iluminación ..	lux	$\frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$	lx	—	—

VIII. Ecuaciones principales del electromagnetismo
inscritas en los sistemas de unidades SI y CGS (de Gauss)

Continuación

	SI	CGS
Ley de Coulomb	$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$
Intensidad del campo de la carga puntual	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$E = \frac{q}{r^2}$
Intensidad del campo del condensador plano	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$	$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}$
Fuerza que acciona sobre la carga en el campo eléctrico		$F = qE$
Trabajo de desplazamiento de una carga en el campo eléctrico		$A = qU$
Capacidad eléctrica		$C = \frac{q}{U}$
Capacidad del condensador plano	$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$	$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$
Momento eléctrico del dipolo		$p = ql$
Densidad de la energía del campo eléctrico	$w_e = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$	$w_e = \frac{\epsilon E^2}{8\pi}$
Ley de Ohm		$i = \frac{U}{R}$
Potencia de la corriente eléctrica		$P = iU$
Resistencia eléctrica		$R = \rho \frac{l}{S}$
Interacción de los conductores con corriente largos y paralelos	$F = \frac{\mu p_1 i_1 i_2 l}{2\pi r}$	$F = \frac{1}{c^2} \frac{2\mu i_1 i_2 l}{r}$
Flujo magnético		$\Phi = BS$
Ley de Biot—Savart—Laplace	$dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}$	$dH = \frac{1}{c} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$
Intensidad del campo magnético de corriente directa	$H = \frac{I}{2\pi r}$	$H = \frac{1}{c} \frac{2I}{r}$
Ley de Ampère	$dF = Bidl \sin \alpha$	$dF = \frac{1}{c} Bidl \sin \alpha$
Fuerza de Lorentz	$F = qvB \sin \alpha$	$F = \frac{1}{c} qvB \sin \alpha$
Ley de la inducción electromagnética	$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$	$\mathcal{E} = - \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$
Inductancia del solenoide	$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$	$L = \frac{4\pi \mu N^2 S}{c^2 l}$
Densidad de la energía del campo magnético	$w_m = \frac{\mu_0 H^2}{2}$	$w_m = \frac{\mu H^2}{8\pi}$

	SI	CGS
Fórmula de Thomson	$T = 2\pi\sqrt{LC}$	$T = \frac{2\pi}{c} \sqrt{LC}$
Reactancia	$R_L, c = \omega L = \frac{1}{\omega C}$	$R_L, c = \frac{\omega L}{c^2} = \frac{1}{\omega C}$
Densidad del flujo de las ondas electromagnéticas	$S = EH$	$S = \frac{c}{4\pi} EH$
Velocidad de la luz	$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$	$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$
Observación. Las ecuaciones que tienen aspecto igual en ambos sistemas, están escritas una vez, entre las columnas.		

INDICE ALFABETICO

Aceleración 17
 — angular 19
 — tangencial 20
 — total 21
 Acumulador 134
 Adiabata 68
 Aire líquido 79
 Amperio 156
 Amplitud 93, 97, 100
 Ángulo de apertura 196
 — incidencia 187
 — reflexión 187
 — refracción 187
 — límite de reflexión 188
 Anión 132
 Anisilación 228
 Anodo 132
 Antena 184
 Antipartículas 227
 Atmósfera normalizada 73, 88
 Aumento de los instrumentos 190
 Autoinducción 161
 Banda de conducción 137
 — valencia 137
 — prohibida 137
 Bariones 226
 Barr 222
 Birrefringencia (doble refracción) 197
 Brillo (luminancia) 186
 Bucle de histéresis 165
 Cabrestante 44
 Calda libre de los cuerpos 18
 Calor específico (véase
 — — — de evaporación 62
 — — — fusión 61
 Caloría 60
 Campo eléctrico 116
 — electromagnético 180

Campo gravitacional
 — magnético 1
 — rotacional 1
 Candel 186
 Cantidad de movimiento 36
 Capacidad calorífica específica 60
 — eléctrica 120
 — de absorción 203
 — radiante (poder emisivo) 203
 Capacidades caloríficas 60
 Capacitancia 174
 Copas electrónicas 218
 Carga de los acumuladores 147
 — elemental 115
 — negativa 115
 — positiva 115
 Cationes 132
 Cátodo 132
 Cátodos de óxido 135
 Centro de gravedad 42
 Cero absoluto 59
 Cinemática 16
 Circuito eléctrico 128
 — oscilante 179
 Coeficiente de absorción del sonido 104
 — autoinducción (inductancia) 161
 — conductibilidad térmica 65
 — dilatación cúbica 64
 — lineal 64
 — la fuerza cuasielástica 94
 — Poisson 49
 — reflexión de las ondas acústicas 112
 — resistividad de temperatura 129
 — rozamiento 31
 — interno 66
 — tensión superficial 67
 — lineal de absorción 224
 — mágico de absorción 224
 — térmico de la presión 68
 Compresibilidad 48
 — isotérmica 101

Condensadores 120
 Conductibilidad automantenida 134
 — no autónoma 134
 — por electrones 137
 — huecos 137
 — térmica 65
 Conductividad específica 129
 Constante de Boltzmann 70
 — Faraday 133
 — gravitación 29
 — Planck 199
 — rotación 198
 Constantes universales 246
 Convección 65
 Corriente continua 127
 — eléctrica alterna 173
 — de desplazamiento 179
 — saturación 135
 — valor eficaz 173
 — pulsatoria 173
 Corrientes admisibles 142
 — de inducción 160
 — turbulentas (de Foucault) 162
 Cuento de radiación 199
 Cuerpo negro 203
 Culombio 116
 Curie 225
 Curva de eficacia luminosa 185
 — luminancia 163
 Decibelio 104
 Defecto de masa 221
 Deformación 47
 — elástica 47
 — longitudinal relativa 47
 — por estallamiento 48
 — — tracción (compresión) 47
 — transversal relativa 48
 Densidad crítica 63
 — de la corriente 127
 — la energía 121, 162
 — sustancia 32
 — volumétrica 32
 Difracción 194
 Difracción térmica 64
 Dinámica 25, 54
 — de fluidos 54
 — del movimiento de rotación 27
 Dioptría 192
 Dipolo eléctrico 122
 Densidad 196
 — giratoria 199
 Dominios 122, 165
 Dosis de irradiación 226
 Ecuación de adiabata 68
 — de Bernoulli 54
 — de Clapeyron-Mendeléev 67
 — Einstein 200
 — Maxwell 180

Ecuador magnético 165
 Efecto de carga superficial (o pelicular)
 (efecto Kelvin) 177
 — fotoeléctrico 199
 — piezoeléctrico 123
 Eficacia biológica relativa (EBR) 226
 — luminosa relativa 185
 Electrodo 132
 Electrólisis 133
 Electrólitos 132
 Electrón-voltio 134
 Elemento de corriente 154
 Elementos galvánicos 134, 146
 — obtenidos artificialmente 234
 Emisión termiónica (termoelectrónica)
 135
 Energía cinética 33
 — de deformación elástica 49
 — — enlace del núcleo 221, 241
 — potencial 33
 Equilibrio dinámico 62—63
 — en el plano inclinado 43
 — estable 42
 — indiferente 43
 — inestable 43
 Equivalente electroquímico 133
 Error de medición 244
 Escala de ondas electromagnéticas 182
 — — mecánicas 108
 Espacio de chipsa 136
 Espectros 200
 — característicos 219
 — de absorción 201
 — — emisión 201
 — — rayas 201
 Extrañeza 227
 Factor de amortiguamiento 97
 — — calidad del circuito 175
 — — potencia 173
 — — reflexión de la luz 187
 Faradio 120
 Fase de oscilaciones 93
 — inicial 93
 — termodinámica 61
 Flujo de energía radiante 185
 — luminoso 185
 — magnético 160
 Foco de la lente 189
 Fórmula barométrica 72
 — de la lente delgada 189
 — — Stokes 55
 — — Thomson 179
 Foto 186
 Fotometría 185
 Fotón 199
 Frecuencia ciclica 93, 97, 173
 Fuente (generador) de corriente 128
 Fuentes coherentes 193
 Fuerza 25
 — centripeta 28

Fuerza coercitiva (intensidad) 164
 — cuasielástica 94
 — de Lorentz 155
 — — rozamiento 31, 66
 — electromotriz 128
 — extrínseca 128
 — magnética 153
 — termoelectromotriz 138
 Fuerzas nucleares 220

Gases líquidos 79
 Gauss 154
 Gradiente del potencial 119

Henri 161
 Histerisis 164
 Humedad 73

Iluminación 186
 Imantación 163
 Impulsión del cuerpo 26
 Impurezas acceptoras 138
 — donadoras 138
 Índice de refracción 188
 Inducción del campo eléctrico (electrostático) 117
 — — magnético 153
 — — electromagnético 160
 Inductancia 174
 Inercia 25
 Infrasonido (oscilaciones infrasonicas) 104

Instrumentos ópticos 189
 Intensidad 30, 117, 157
 — de corriente 127
 — — ondas 103
 — del sonido (volumen) 104
 — luminosa 186
 Interacción de las cargas 116
 Interferencia 192
 Jones 132
 Ionización de los gases 134
 Isótopos 219

Julio 35

Leptones 226
 Ley de Ampère 153
 — — Arquimedes 53
 — — Biot-Savart—Laplace 158
 — — Boyle-Marriott 68
 — — Brewster 197
 Ley de Charles 68
 — — Gay-Lussac 68
 — — Hooke 48
 — — Kirchhoff 203

Ley de Kirchhoff—Bunsen 201
 — — la conservación de las cargas eléctricas 115
 — — — gravitación universal 29
 — — — Lens 160
 — — Ohm 129, 130
 — — Pascal 53
 — — Stefan—Boltzmann 203
 — — Torricelli 54

Leyes del efecto fotoeléctrico externo 200

— de Faraday 133
 — — Kirchhoff 131
 — — Newton 25, 26
 Límite de elasticidad 48
 — — fluencia 47
 — — rotura 47
 Líneas de Fraunhofer 201
 — — fuerza 118, 157
 Líquido ideal 54
 Longitud de onda 100, 207
 — — — de la partícula 223
 — — del recorrido libre 70
 Lumen 186
 Lux 186
 Luz natural 197

Magnetón de Bohr 216
 — nuclear 216
 Magnetostiración 165
 Materiales diamagnéticos 163
 — — ferromagnéticos 163, 164
 — — paramagnéticos 163
 Materias ferroeléctricas 122, 126
 Maxwell 160
 Mesones 226
 Modelo del átomo 217
 Módulo de cizallamiento 48
 — — elasticidad de volumen 48
 — — Young 47
 — — piezoeléctrico 123
 Módulos de elasticidad 47, 47, 50
 Momento de impulsión 28
 — — inercia 27
 — — — de los cuerpos homogéneos 40
 — — — una fuerza 27
 — — eléctrico del dipolo 122
 — — magnético del circuito 156
 Movilidad 133, 148
 Movimiento curvilíneo 16
 — — de los cuerpos en el campo gravitatorio terrestre 21
 — — del fluido viscoso 54
 — — líquido ideal 54
 — — giratorio (de rotación) 18, 27
 — — mecánico 16
 — — oscilatorio 93
 — — rectilíneo 16
 — — uniforme 16
 — — uniformemente variado 17

Neutrón 219, 236
 — — sección eficaz 238
 Nit 187
 Niveles de energía 136, 218, 228
 Nucleones 220
 Número bariónico 227
 — — de Avogadro 67
 — — masa 219
 Números cuánticos 218

Oersted 159
 Ohmio 129
 Onda 93
 — cilíndrica 100
 — esférica 100
 — longitudinal 101
 — plana 100
 — polarizada rectilíneamente 197
 — sinusoidal 100
 — transversal 101
 Óptica geométrica 187
 Órbita estable 217
 Oscilaciones amortiguadas 97
 — — armónicas 93
 — — eléctricas 178
 — — forzadas 97
 — — libres 96

Palanca 44
 Parámetros críticos 81
 Partícula α (alfa) 221
 Partículas elementales 236
 Péndulo de torsión 95
 — — físico 95
 — — simple o matemático 95
 Período de oscilación 93
 — — oscilaciones propias del circuito 179
 — — — semidesintegración 222
 Permeabilidad magnética 154, 155
 — — — inicial 164
 Permittividad 116
 Peso específico 32
 Poder óptico 192
 Poise 66
 Polarización de la luz 197
 Polpa 44
 Polipasto 45
 Potencia 33
 — — de radiación 185
 Potencial del campo eléctrico 118
 — — electroquímico 134
 — — normal absoluto 134
 Presión acústica 104
 — — crítica 63, 70
 — — de radiación 199
 — — parcial 72
 Profundidad de penetración de las corrientes 178

Protón 219, 236
 Psicrómetro 92
 Punto material 16

Rad 226
 Radiación térmica 202
 Radioactividad artificial 222
 — — natural 221
 Radiador integral 203
 Reacción nuclear 222
 — — termonuclear 223
 Reacciones nucleares (de fusión de los núcleos) 222, 242
 — — — sección eficaz 222
 Red de difracción 195
 Reflexión de la luz 187
 — — difusa 187
 — — total 188
 Regla del tornillo derecho 19, 28
 Resistencia 129
 — — aparente (impedancia) 174
 — — ohmica 174
 Resistividad (resistencia específica) 129
 Resonancia 97
 — — eléctrica en paralelo 176
 — — — serie 175
 Rigidez de torsión 96
 Roentgen 226
 — — equivalente personal (rep) 226
 Rotación del plano de polarización 198
 Rotura 135
 Rozamiento en reposo 31
 — — por resbalamiento (deslizamiento) 31
 — — — rodadura 31
 — — seco 31

Semiconductores 136
 Sensibilidad del ojo 185
 Serie de Balmer 228
 — — — Lyman 228
 — — — Paschen 228
 Sistema de unidades CGS y SI 14, 156, 247
 Sonido 104
 Spin (espín) 218
 Stilb 187
 Superconductividad 129
 Superficie de onda 100
 — — equipotencial 119
 Susceptibilidad magnética 163
 — — — específica 169
 Sustancias magnéticas 163

Temperatura crítica 63, 70
 — — de Curie 164
 — — — ebullición 62
 — — — fusión 62

Tensión (voltaje) 119
 — mecánica 47
 — superficial 66
 Teoría cinética de los gases 70
 — de elasticidad 47
 Tesla 154
 Tornillo 45
 Trabajo 33
 — de ionización 134
 — de salida 135
 — del campo magnético 160
 Trayectoria 16

Ultrasonido (oscilaciones ultrasónicas)
 104
 Umbral de audibilidad 104
 — — sensación dolorosa 104
 Unidades de medida (sistema) 14, 156,
 247

Vapor saturado 63
 Vector de imantación 163
 — — polarización 122
 Velocidad angular 19
 — cósmica 22
 — de escape 22
 — — las ondas electromagnéticas 181
 — — — — sísmicas 107
 — — movimiento uniforme 16, 17
 — — moléculas 71
 — del sonido 105—107
 — instantánea 17
 — lineal 19
 — media 17
 — oscilatoria 100
 Viscosidad 66
 Voltio 119
 Weber 160

A NUESTROS LECTORES:

"MIR" edita libros soviéticos traducidos al español, inglés, francés y árabe. Entre ellos figuran las mejores obras de las distintas ramas de la ciencia y la técnica; manuales para los centros de enseñanza superior y escuelas tecnológicas; literatura sobre ciencias naturales y médicas. También se incluyen monografías, libros de divulgación científica y ciencia ficción.

Dirijan sus opiniones a Editorial "MIR", I Rízhski per. 2, GSPI-110, Moscú 129820, URSS.